

梯度下降优化分形插值法的区域负荷预测研究

黎明辉¹ 张金刚¹

LI Minghui ZHANG Jingang

摘要

电力系统是一个高度复杂且相互关联的系统,通过区域负荷预测提前了解区域内的电力需求情况,可以帮助区域电网调度人员合理安排发电计划,调整电网运行方式。选取某区域 14 天短期电力负荷的 15 min 频率数据进行研究。首先通过盒计数法验证了负荷数据的分形特征;然后通过梯度下降优化的分形插值法对区域负荷进行预测,同时,采用 LSTM 模型进行区域负荷预测,通过对比研究发现,梯度下降优化下的分形插值法的预测的均方根误差(RMSE)明显低于 LSTM 模型,证实了梯度下降优化下的分形插值法在区域负荷预测问题上的有效性。

关键词

梯度下降法;分形插值法;LSTM 模型;区域负荷预测

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2026.05.041

0 引言

随着新能源汽车,智能电网等技术和绿色能源应用的兴起,电力系统的类型和运行管理都出现了新的变化^[1]。电力系统作为一个高度复杂且相互关联的系统,一些细微的扰乱都有可能影响系统的正常运行,因此通过区域负荷预测提前了解区域内的电力需求情况是非常必要的。进行准确的区域负荷预测一方面可以避免电网在运行过程中可能会出现电压不稳定、频率异常等问题,确保在用电高峰时期,有足够的电力供应来满足负荷需求,避免导致电网过载引发电力设备损坏甚至大面积停电。另一方面,通过区域负荷预测,电网调度人员可以合理安排发电计划、调整电网运行方式,安排备用机组投入运行,确保电网能够在安全的功率余量下运行。

1 相关工作

电力系统作为一个复杂的非线性系统,其区域负荷的历史数据分布往往呈现一定的周期性和随机性,周期性的原因在于居民固定的生活起居和生产工作活动习惯,随机性的原因则在于一些天气异常、意外事故等突发事件^[2]。基于区域负荷历史数据的分布特征,研究者通常采用 SARIMA 模型和

LSTM 模型等可以捕捉时间序列数据周期性及长期记忆性的模型,来对负荷数据进行拟合,并进行预测。文献[3]提出了一种基于卷积神经网络(CNN)和长短期记忆(LSTM)网络的混合模型短期负荷预测方法,通过对比分析,发现该模型相对传统负荷预测方法、随机森林模型和标准 LSTM 模型,具有更高的预测精度。文献[4]验证了长短期记忆(LSTM)网络模型在短期电力负荷预测方面的有效性。文献[5]通过 SARIMA 模型对超短期用电负荷进行了仿真预测,发现预测效果较好。

除了传统的预测模型外,分形理论由于结合了数据的自相似性,能够较好地捕捉数据的运行规律,被广泛运用在各类时间序列数据的预测问题中,如文献[6]通过改进的分形插值模型对股指数据进行预测,文献[7]应用分形插值模型建立迭代函数系,对空中交通流量进行了短期预测。文献[8]通过将改进的遗传算法和分形插值法相结合,实现了高精度的电力负荷预测效果。研究将梯度下降法应用在分形插值垂直比例因子的计算中,对地区负荷数据进行预测,并将其与传统的长短期记忆(LSTM)网络模型的拟合效果进行对比分析。

2 相关理论介绍

2.1 梯度下降法

梯度下降法的提出主要是用于解决无约束优化问题,通过迭代法求得其最优解^[9]。梯度下降法最早在 1847 年大数学家 Cauchy 使用,该方法具有实现思路直接,结构简单的特点。梯度下降法作为机器学习领域内训练算法的核心算法,用来递归性地逼近最小偏差模型。目前常用的梯度下降法包括批量梯度下降法和随机梯度下降法。

1. 湛江幼儿师范专科学校数学系 广东湛江 524084

[基金项目] 2023 年湛江幼儿师范专科学校校级思政示范团队项目“小学教育专业群课程思政示范团队”(KCSZ202311); 2024 年广东省普通高校特色创新实证研究类项目“基于分形理论的趋势预测模型及其实证研究”(2024KTSCX248); 2025 年度湛江市非资助科技攻关计划项目“基于文本挖掘和分形理论的湛江市旅游需求图谱分析”(2025B01012)

2.2 分形插值法

分形插值法是基于给定的插值点构造迭代函数系统 (IFS)，使得迭代函数系统的吸引子全部通过插值点的一种数值计算方法。对一个具体的时间序列数据，构造分形插值函数的原理如下：

首先将时间序列数据按时间先后顺序进行排序，添加数据序号 x_i 后，得到一个二维数组 $\{(x_i, y_i) \in R^2, x_1 < x_2 < \dots < x_n, i = 1, 2, \dots, n\}$ ，设插值于这组二维数组插值点的分形插值函数为 $f(x)$ 。现在构造一个 IFS $\{R^2, w_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ ，使得这个 IFS 的吸引子等于分形插值函数 $f(x)$ 的函数图像 G ，从而可以完成分形插值函数的求解。假设迭代函数系统中的每个 w_i 都是仿射变换，可以得到其表达式：

$$w_i \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & 0 \\ c_i & d_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

且满足：

$$w_i \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$w_i \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中： x_i 为数据序号， y_i 为时间序列数据具体取值， w_i 为 IFS 中的第 i 个仿射关系， a_i 、 c_i 、 e_i 、 f_i 为常数， d_i 为垂直比例因子， $d_i \in [-1, 1]$ ，为自由变量。进一步可以将原式转化为：

$$\begin{cases} a_i = (x_i - x_{i-1}) / (x_n - x_1) \\ e_i = (x_n y_{i-1} - x_1 y_i) / (x_n - x_1) \\ c_i = [y_i - y_{i-1} - d_i (y_n - y_1)] / (x_n - x_1) \\ f_i = [x_n y_{i-1} - x_1 y_i - d_i (x_n y_1 - x_1 y_n)] / (x_n - x_1) \end{cases} \quad (4)$$

只需计算得到 d_i ，即可得到 w_i 所有相关参数，从而计算得到 IFS 表达式，通过多次迭代后即可得到吸引子，完成插值。

2.3 LSTM 模型

LSTM 模型全称为长短时记忆网络 (long short term memory network)，是一种改进的循环神经网络 (recurrent neural network, RNN)，可以解决 RNN 无法处理长距离依赖的问题，被广泛应用于时间序列建模问题，LSTM 将前面时段得到的历史信息保留在细胞状态 (Cell State) 中，细胞状态受到来自输入门 (Input Gate)、遗忘门 (Forget Gate)、输出门 (Output Gate) 三个门函数的输入数据影响，这三个门的激活函数通常使用 Sigmoid 激活函数。

2.4 评价指标

研究通过均方根误差 (RMSE) 和平均绝对百分比误差 (MAPE) 作为模型拟合及预测效果的评价指标，RMSE 和 MAPE 的取值越小，说明模型拟合效果越好。其计算公式为：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}{n - 2}} \quad (5)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n |y'_i - y_i| / y_i}{n} \cdot 100\% \quad (6)$$

式中： y_i 为第 i 个实际值， y'_i 为第 i 预测值， n 为样本数量。

3 区域负荷预测模型的构建

研究数据为某地区 2018 年 1 月 1 日—14 日的 15 min 频率电力负荷时间序列数据，共计 1 344 条数据。电力负荷变化情况如图 1 所示。

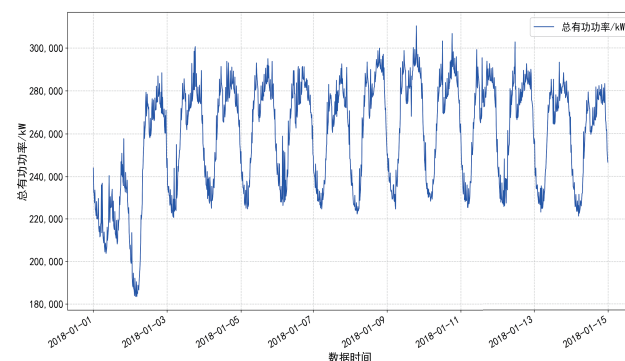


图 1 电力负荷变化曲线图

由图 1 可见，电力负荷变化数据兼具了偶然性和一定的周期性，通过 LSTM 模型和分形插值模型均有可能收获不错的拟合效果。

在构建预测模型前，首先对数据进行预处理，对于缺失值采用线性插值法进行插值处理，同时采用标准差法进行异常值识别，并保留异常值做进一步分析。为了验证模型的有效性，将数据划分为训练集、验证集和测试集三个部分，划分数据占比比例设置为 0.6, 0.2, 0.2。

3.1 分形插值预测模型

由于应用分形插值法构建预测模型的前提是时间序列数据必须存在分形特征，因此通过盒计数法、小波分析法等方法计算数据的分形维数，确认其符合建模要求，随后再计算得到分形插值预测模型的相关参数。模型的运作流程如图 2 所示。

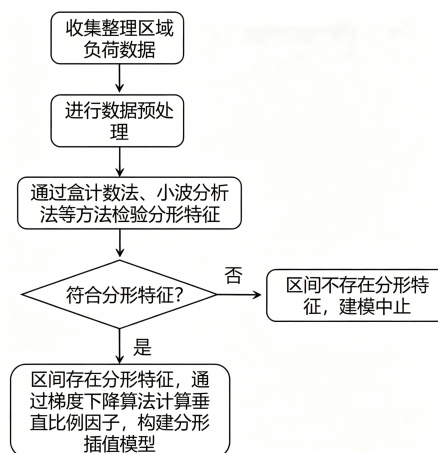


图 2 分形插值预测法运作流程

研究在 Python 环境下实现,在着手构造模型前,首先需要构造 Python 运行环境,导入 Python 工具包,包括 numpy、pandas、torch、sklearn、math、tensorflow、matplotlib 等。

3.1.1 验证数据分形特征

在尝试采用分形插值模型前,应首先验证电力负荷数据的分形特征。此处采用盒计数法验证电力负荷数据的分形特征^[9],盒计数法的主要原理是通过计算配分函数,并比较配分函数与采用数据尺度大小之间的关系来判断是否存在分形特征。其分析步骤如下:

(1) 对时间序列数据 $\{s_i\}, i = 1, 2, \dots, N$ 进行归一化处理:

$$p_i = \frac{s_i}{\sum s_i} \quad (7)$$

(2) 将归一化处理后的序列数据 $\{p_i\}$ 以 ε 为长度(即数据尺度)分为 n 个长度相同且互相没有交集的盒子,并计算每个盒子的概率密度,第 k 个盒子的概率密度记为 $P_k(\varepsilon)$:

$$P_k(\varepsilon) = \sum p_i \quad (8)$$

(3) 根据不同的 q 值来计算配分函数 $\chi_q(\varepsilon)$:

$$\chi_q(\varepsilon) = \sum_{k=1}^n P_k(\varepsilon)^q \quad (9)$$

(4) 得到配分函数 $\chi_q(\varepsilon)$ 和数据尺度 ε 的幂律关系。由双对数图形 $\ln \chi_q(\varepsilon) \sim \ln \varepsilon$, 可以求出质量指数 $\tau(q)$:

$$\tau(q) = \frac{\ln \chi_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (10)$$

(5) 由多重分形理论可以得到:

$$\tau(q) = \alpha q - f(\alpha) \quad (11)$$

(6) 对上式关于 q 与 $\tau(q)$ 作勒让德变换便可得到多重分形谱参数。

如果数据存在分形特征,在通过盒计数法计算得到的配分函数 M_q 和尺度 T 应该为线性关系。通过限定配分函数的自变量 q 的取值范围为 $[-60, 60]$, 得到电力负荷数据的配分函数 M_q 和尺度 T 的双对数关系如图 3 所示。

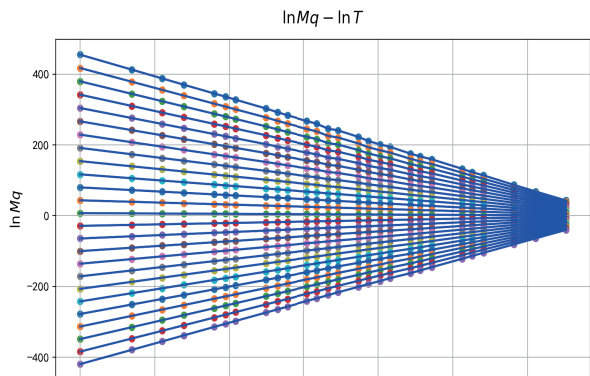


图 3 配分函数 M_q 和尺度 T 的双对数关系图

由图 3 可以看出,当 q 的取值变化时,电力负荷数据的配分函数 M_q 和尺度 T 的双对数关系都存在着明显的线性关系,符合多重分形数据的特点,说明电力负荷数据具有明显的多重分形特征,采用分形插值法进行建模分析是可行的。通过幂律关系可以进一步计算得到质量指数,画出多重分形图谱,如图 4 所示。

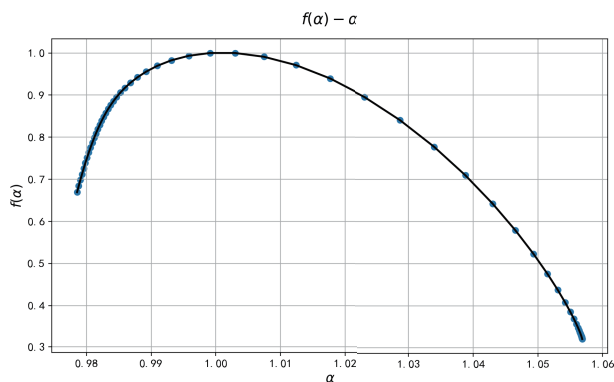


图 4 多重分形图谱

3.1.2 构建分形插值模型

在验证了数据满足分形特征后,可以着手构建分形插值预测模型。按照分形插值法的计算步骤,将原数据按时间先后顺序进行排列并标上序号,然后,对原时间序列数据 $\{s_i\}, i = 1, 2, \dots, N$ 按照式 (12) 进行归一化处理,完成数据标准化。

$$p_i = \frac{s_i - s_{\min}}{s_{\max} - s_{\min}} \quad (12)$$

式中: p_i 为标准化处理后的数据, $s_{\min}$ 为时间序列数据的最小值, $s_{\max}$ 为时间序列数据的最大值。

完成数据预处理后,需要进一步计算得到分形插值法的每日迭代函数系统,根据式 (4) 可知,构建函数系统必须先计算得到垂直比例因子 d 。以每日样本数据为一组数据,每组数据构建迭代函数系统,其中由于垂直比例因子 d 的取值范围为 $[-1, 1]$, 在代入训练集的样本数据后,研究通过梯度下降法计算得到每个样本时点的垂直比例因子,具体操作如下:

(1) 设定函数迭代系统的初始点均为 $(0, 0)$, 初始垂直比例因子集为数据长度与训练集每日样本数据长度相同的一组随机数(随机数的取值范围为 $[-1, 1]$);

(2) 将式 (1) 中的数值代入式 (4) 中计算得到迭代系统的其他参数,即可进一步计算得到此次迭代系统的函数取值;

(3) 初始化梯度下降算法,将损失函数设置为均方误差损失(MSE),优化器设置为 Adam 优化器,训练次数设置为 1 000 次,学习速率 0.01,多次迭代,更新函数迭代系统的取值;

(4) 在多次迭代后,函数迭代系统的取值会趋于稳定,

即向吸引子靠拢，此时停止迭代，即可得到函数迭代系统的吸引子；

(5) 最后得到所有的迭代函数系统参数，完成每日迭代函数系统的构建。

通过迭代函数系统计算得到训练集中每日电力负荷数据的静态拟合结果如图 5 所示。

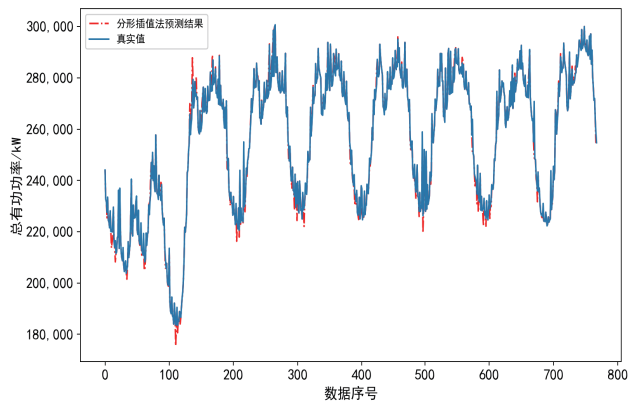


图 5 分形插值法静态拟合效果图

由图 5 可以看出，电力负荷数据的静态预测值基本与原数据重合，说明分形插值法的静态拟合效果较好。

随后，进行电力负荷数据的动态预测，预测时段为验证集时段数据，根据文献 [2] 的分析思路，可以采用预测期前几天的相似日分形插值数据进行加权平均，作为动态预测结果。在分配加权平均的权重问题上，由于越靠近预测日的数据影响越大，故在设置权重时，临近预测日的数据权重应当较高，远离预测日的权重较低，设置权重后计算加权平均数即可得到动态预测结果。研究尝试选取 3 个相似日（权重分配为：0.2, 0.3, 0.5）和 5 个相似日（权重分配为：0.1, 0.1, 0.2, 0.2, 0.5）两种不同长度的移动窗口进行预测，并对预测结果进行对比预测。通过建模预测，计算得到 3 个相似日和 5 个相似日的两种动态预测方法的预测误差如表 1 所示。

表 1 两种不同插值模型预测评价指标

模型	RMSE	MAPE
分形插值法（3 天）	6747.23	9.96
分形插值法（5 天）	11 402.62	11.26

由表 1 可见，对于分形插值预测法而言，将相似日设置为 3 日，其预测误差更小，故采用 3 日的分形插值法。进一步地，可以画出相似日为 3 日时，分形插值法的动态预测效果如图 6 所示。由图 6 的预测结果可以看出，分形插值法在移动窗口取 3 个相似日的情况下，预测曲线和实际曲线非常接近，预测效果较好，基本捕捉到了电力负荷数据的变化趋势。

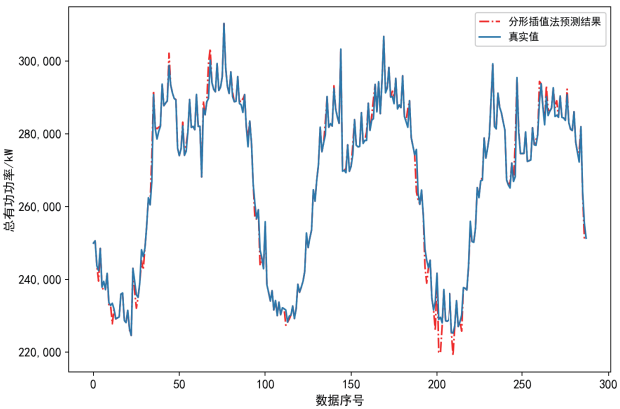


图 6 分形插值法的动态预测效果图

3.2 LSTM 预测模型

为了验证分形插值预测法的有效性，研究同时构建了时间序列预测问题中常见的 LSTM 模型，进行对比分析。在应用 LSTM 模型进行建模预测前，需要对数据进行归一化处理，并设定损失函数、训练批次等参数。具体操作如下：

- (1) 采用式 (12) 对训练集数据进行归一化处理，使得输入数据格式符合 LSTM 模型要求，初始化模型序列长度为 9，对于目标 t 时刻的预测，该模型输入的是 t 时刻之前连续的 9 个时间点的因子数据。
 - (2) 设置模型神经元个数，该参数决定了该层学习复杂时序模式和存储信息的容量，此处将神经元个数设为 50。设置随机断开输入神经元比例 (Dropout)，该参数的设置可以减少神经元之间的复杂共适应关系，防止网络过度依赖特定的局部特征。此处将随机断开输入神经元比例设置为 0.5。
 - (3) 设置其他相关参数，包括：将优化器设置为 Adam 优化器，损失函数设置为均方误差损失等。
 - (4) 完成参数设置后，将训练集数据导入 LSTM 模型即可完成模型构建。
- 为了进一步优化模型参数，研究尝试修改模型参数，并计算不同模型在验证集中的表现，统计结果如表 2 所示。

表 2 不同 LSTM 模型预测评价指标

模型参数调整	RMSE	MAPE
默认参数	19 260.64	6.42
优化器调整为“sgd”	21 933.95	7.54
Dropout -0.3	14 835.63	4.95
Dropout -0.7	14 707.35	4.86

由表 2 可见，当参数 Dropout 设置为 0.7 时，LSTM 模型的两类预测误差同时达到最小，因此，将初始化 Dropout 比例由 0.5 修改为 0.7。

进一步地，可以画出该参数设置下，LSTM 模型在验证集中的动态预测效果如图 7 所示。

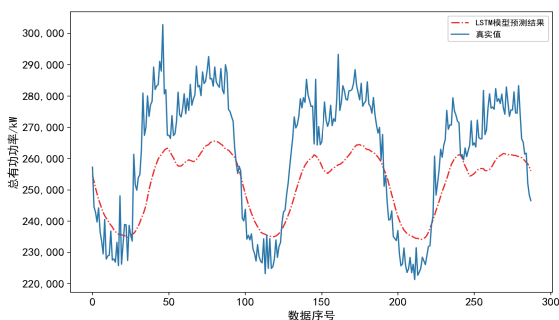


图7 LSTM模型动态预测效果图

由图7可以发现,LSTM模型大致上捕捉到了区域电力负荷波动的规律,但预测曲线和实际曲线的垂直距离较远,拟合效果较为一般。

3.3 模型评价

为了全面对比评价分形插值模型和LSTM模型的预测效果,研究最后选取训练集和验证集的数据用于构建模型,并对比分析两个模型在预测测试集数据上的表现。

完成模型构建后,得到以上两个模型的预测结果,计算得到模型预测结果的RMSE和MAPE指标,结果如表3所示。

表3 模型预测评价指标计算结果

模型	RMSE	MAPE
分形插值法(3天)	8 420.01	9.93
LSTM模型(Dropout-0.7)	12 802.74	4.42

由表3可以看到,分形插值法的RMSE远远小于LSTM模型,从RMSE指标上看其模型拟合效果更好,从MAPE指标上看,两个模型的误差均小于10%,相差不大。

进一步绘制以上两个模型在测试集的动态预测曲线如图8所示。

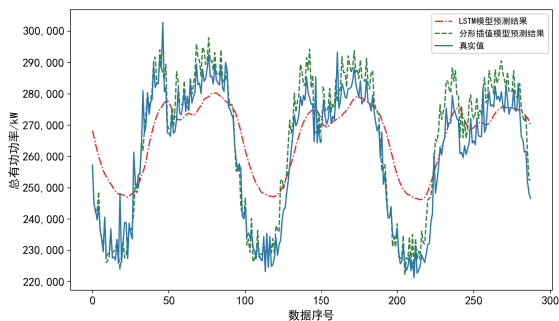


图8 两种模型的三个相似日动态预测图

由图8同样可以看出,分形插值预测法的曲线和实际曲线的距离平方之和明显相较LSTM模型更大,且能够更加灵敏地捕捉到功率的极值点,分形插值预测法的拟合效果相较于LSTM模型,效果更好。

4 结语

研究首先通过盒计数法验证了电力负荷数据的分形特征,确保了应用分形插值法进行数据拟合是合适的。随后,对数据进行了预处理,并分别通过分形插值法和LSTM模型两类模型分别对数据进行拟合建模,对比分析其预测效果。经对比发现,梯度下降优化下的分形插值法模型的预测能力显著优于LSTM模型,对电力负荷数据有较好的预测能力。这一结果证实了分形插值法在时间序列数据预测问题上的发展潜力,未来研究可以尝试采用更多的基于分形插值法的优化模型,获得更好的预测效果。

参考文献:

- [1] 赵泽坤.基于机器学习的区域建筑电力负荷预测及综合能源系统需求响应优化运行研究[D].北京:北京建筑大学,2024.
- [2] 徐姣,李如琦,贝宇,等.改进遗传算法优选分形插值参数的短期负荷预测[J].广西电力,2009,32(3):1-4.
- [3] 陆继翔,张琪培,杨志宏,等.基于CNN-LSTM混合神经网络模型的短期负荷预测方法[J].电力系统自动化,2019,43(8):131-137.
- [4] 陈卓,孙龙祥.基于深度学习LSTM网络的短期电力负荷预测方法[J].电子技术,2018,47(1):39-41.
- [5] 沈扬,沈泓.基于SARIMA模型的用电负荷超短期自适应预测方法[J].南京工程学院学报(自然科学版),2024,22(4):78-84.
- [6] 黎红,王宏勇.基于改进的分形插值与SVM的股指预测模型[J].吉首大学学报(自然科学版),2018,39(3):14-19.
- [7] 王飞,韩翔宇.基于分形插值的空中交通流量短期预测[J].航空学报,2022,43(9):513-520.
- [8] 孙娅楠,林文斌.梯度下降法在机器学习中的应用[J].苏州科技大学学报(自然科学版),2018,35(2):26-31.
- [9] 王莹莹.中国股票市场Hurst指数与多重分形分析[D].武汉:华中科技大学,2006.

【作者简介】

黎明辉(1996—),男,广东茂名人,硕士,讲师,研究方向:量化投资和机器学习研究。

(收稿日期:2025-10-10 修回日期:2026-05-12)