

基于 Renyi 熵与 SSA 算法结合的图片阈值分割研究

吕 途¹ 陈一言¹ 杜秋宇¹
LÜ Tu CHEN Yiyang DU Qiuyu

摘 要

针对传统阈值分割方法在处理图像多阈值分割时时空复杂度高的问题, 文章提出一种融合 Renyi 熵与麻雀搜索算法 (sparrow search algorithm, SSA) 的多阈值分割优化方法。为验证所提方法的有效性, 将其与基于 Renyi 熵的粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) 分割方法进行对比实验, 采用峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似性指数均值 (MSSIM) 作为评价指标, 对分割图像的质量进行量化评估。实验结果表明, 所提优化算法在图像分割效果上具有更优性能, 能够有效提升多阈值分割的效率与精度。

关键词

阈值分割方法; Renyi 熵; SSA 算法; PSO 算法

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2026.03.010

0 引言

图像分割^[1-2]指根据图像的某些特征将图像分割成不同的区域, 使这些特征在一个区域表现出相似性, 在其他区域表现出差异性。阈值分割是图像分割中一类最早被研究和使用的方方法, 其具有物理意义明确、效果明显、易于实现和实时性良好的优点, 是目前各类图像分析、图像识别以及机器视觉系统中最常用的图像分割方法之一, 已广泛应用于工业图像缺陷提取、红外目标检测、SAR 图像目标识别、文档图像分割、指纹识别、火灾检测等诸多实际应用领域。因此, 阈值分割方法在图像分割中得到了广泛的应用^[3], 该方法假设图像中不同的目标可以用灰度值来区分。

2020 年, Xue 等^[4]通过模拟麻雀觅食行为和反捕食行为提出了麻雀搜索算法 (sparrow search algorithm, SSA), 该算法在图像分割^[5-6]中得到广泛应用。Sahoo 等^[7]首次提出使用 Renyi 熵对图像进行阈值分割, 该方法能够很好地分离图像的目标和背景。

鉴于此, 本文提出将 SSA 算法与 Renyi 熵相结合, 用于图像多阈值分割, 使用 PSNR 和 MSSIM 指标评价阈值分割后的图像。为验证本文提出的分割算法的优劣, 选择粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) 与 Renyi 熵相结合分割结果进行对比, 结果表明本文提出的算法性能更优。

1 Renyi 熵法图像分割

设一幅图像灰度级为 K , 像素点总数为 N , 灰度值 i 出现的频率为 p_i , 图像分割阈值为 $t_1, t_2, \dots, t_k$, 分割区域为 $A_1, A_2, \dots, A_{k+1}$ 。分割区域的像素点出现的频率可用公式表示为:

$$\begin{aligned} P_{A_1} &= \sum_{i=1}^{t_1} p_i \\ P_{A_2} &= \sum_{i=t_1+1}^{t_2} p_i \\ &\vdots \\ P_{A_{k+1}} &= \sum_{i=t_k+1}^{L-1} p_i \end{aligned} \quad (1)$$

图像区域 $A_1, A_2, \dots, A_{k+1}$ 的 Renyi 熵用公式表示为:

$$\begin{aligned} H_{A_1} &= \frac{1}{1-\alpha} \sum_{i=1}^{t_1} \ln \left(\frac{p_i}{P_{A_1}} \right)^\alpha \\ H_{A_2} &= \frac{1}{1-\alpha} \sum_{i=t_1+1}^{t_2} \ln \left(\frac{p_i}{P_{A_2}} \right)^\alpha \\ &\vdots \\ H_{A_{k+1}} &= \frac{1}{1-\alpha} \sum_{i=t_k+1}^{L-1} \ln \left(\frac{p_i}{P_{A_{k+1}}} \right)^\alpha \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $0 < \alpha < 1$ 。

图像的 Renyi 熵表示为关于阈值 t 的函数, 用公式表示为:

$$H(t) = H_{A_1} + H_{A_2} + \dots + H_{A_{k+1}} \quad (3)$$

当 $H(t)$ 取得最大值时, 对应图像的最优分割阈值 t , 最优函数用公式表示为:

$$f(t) = \max \{H(t)\} \quad (4)$$

式 (1) ~ (3) 中, 当 $k=1$ 时, 为图像单阈值分割。

2 麻雀搜索算法

麻雀在自然界的觅食行为可理解为“发现者 - 跟随者 - 侦察者”模型, 一旦麻雀发现捕食者, 就会离开并开始鸣叫作为警报信号。

在 SSA 算法中, 种群数量为 N , 则第 i 只麻雀的位置为:

$$X_i = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{id}] \quad (5)$$

1. 郑州航天电子技术有限公司 河南郑州 450000

式中: d 表示空间维度; $i = 1, 2, \dots, N$ 。

在 SSA 算法中, 适应度值较高的发现者在搜寻过程中优先获得食物。发现者可以在一个更广的范围寻找食物, 发现者的数量占种群数量的 10%~20%。在每次迭代中发现者的位置更新公式为:

$$X_{ij}^{t+1} = \begin{cases} X_{ij}^t \cdot \exp(-i / (\alpha \cdot T)), & \text{if } R_2 < ST \\ X_{ij}^t + Q \cdot L, & \text{if } R_2 \geq ST \end{cases} \quad (6)$$

式中: t 为算法当前迭代次数; T 为算法的最大迭代次数; α 为均匀随机数, $\alpha \in (0, 1]$; Q 为服从标准正态分布的随机数; R_2 为预警值, $R_2 \in [0, 1]$; ST 为安全值, $ST \in [0.5, 1]$ 。

跟随者的位置更新为:

$$x_{ij}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{x_{\text{worst}}^t - x_{ij}^t}{i^2}\right), & i > N/2 \\ x_p^{t+1} + |x_{ij}^t - x_{pj}^{t+1}| \cdot A^+ \cdot L, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

式中: x_{worst}^t 表示第 t 次全局最差位置; x_p^{t+1} 表示第 $t+1$ 次发现者最优位置; $A^+ = A^T \cdot (AA^T)^{-1}$, A 为 $1 \times d$ 矩阵, 其中元素随机为 1 或 -1。

侦察者的数量占种群数量的 10%~20%, 侦察者的位置更新公式为:

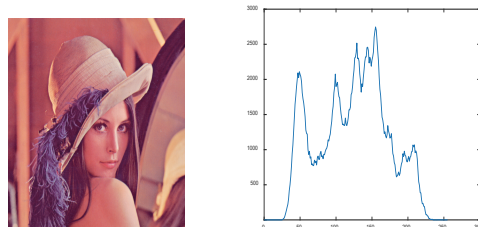
$$x_{ij}^{t+1} = \begin{cases} x_{ij}^t + \beta \cdot |x_{ij}^t - x_{\text{best}}^t|, & f_i \neq f_g \\ x_{ij}^t + K \frac{|x_{ij}^t - x_{\text{worst}}^t|}{(f_i - f_{\text{worst}}) + \varepsilon}, & f_i = f_g \end{cases} \quad (8)$$

式中: x_{best}^t 表示全局最优位置; β 表示步长控制参数, 服从 $\mu=0, \sigma=1$ 的标准正态分布; $K \in [0, 1]$; f_i 、 f_g 和 f_{worst} 分别表示

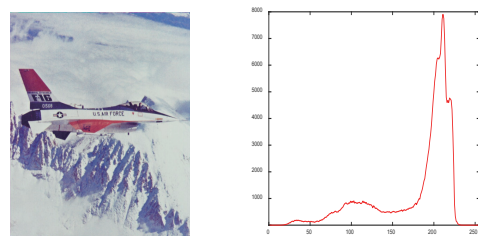
第 i 只麻雀的适应度值、全局最优适应度值和全局最差适应度值。

3 分割结果分析

为验证 SSA 算法与 Renyi 熵相结合对图像分割效果, 选择粒子群算法 (PSO) 与 Renyi 熵相结合分割结果进行对比。选择图像分割中常用 Lena、Airplane、Peppers 和 Baboon 四幅图进行分割验证。实验中 SSA 算法和 PSO 算法参数设置为: 种群规模为 20, 最大迭代次数为 100。智能算法具有随机性, 本文选择每种算法运行 10 次, 求取平均值。图 1 为 4 幅图像的原图和直方图; 表 1 为 4 幅图像两种算法的多阈值分割结果; 图 2 则展示了基于 SSA-Renyi 多阈值分割图像。



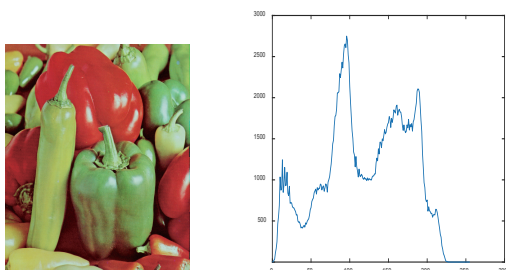
(a) Lena 图及其灰度直方图



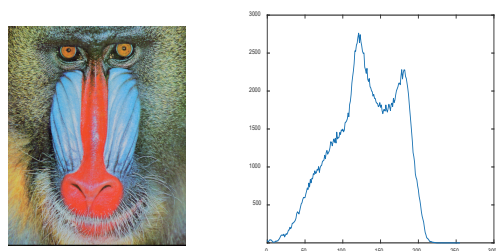
(b) Airplane 图及其灰度直方图

表 1 基于 PSO-Renyi 和 SSA-Renyi 多阈值分割结果

图像	阈值数	PSO-Renyi			SSA-Renyi		
		阈值	PSNR	SSIM	阈值	PSNR	SSIM
Lena	2	97 164	14.582 0	0.505 0	97 164	14.582 0	0.505 0
	3	83 129 180	17.086 8	0.589 5	81 128 178	17.187 6	0.592 6
	4	70 109 146 184	18.762 9	0.647 3	61 100 137 175	19.183 2	0.659 4
	5	88 118 148 174 201	18.909 3	0.662 2	65 95 129 163 196	19.804 6	0.664 4
Airplane	2	84 167	15.693 0	0.756 4	84 167	15.693 0	0.756 4
	3	70 127 181	18.664 3	0.804 0	70 126 181	18.663 4	0.803 5
	4	60 96 136 186	20.370 1	0.826 6	63 104 145 186	20.540 5	0.833 9
	5	67 109 141 156 192	21.748 7	0.827 6	56 89 123 156 189	21.800 5	0.851 2
Peppers	2	75 148	16.417 0	0.540 7	75 148	16.417 0	0.540 7
	3	60 116 169	18.165 9	0.599 2	60 114 167	18.301 3	0.608 1
	4	45 84 131 176	19.141 1	0.604 0	55 103 148 193	19.212 3	0.611 8
	5	32 65 98 139 179	21.625 6	0.681 6	41 77 115 154 194	21.703 4	0.682 3
Baboon	2	76 144	15.913 1	0.642 4	76 144	15.913 1	0.642 4
	3	63 113 160	18.500 3	0.736 0	47 101 155	18.628 3	0.739 4
	4	33 76 117 166	20.292 8	0.770 7	38 82 125 168	20.441 3	0.783 0
	5	46 67 107 148 184	21.473 1	0.809 7	33 69 105 140 176	22.161 4	0.834 5



(c) Peppers 图及其灰度直方图



(d) Baboon 图及其灰度直方图

图 1 4 幅图像的原图和灰度直方图



(a) 二阈值 (b) 三阈值 (c) 四阈值 (d) 五阈值

图 2 基于 SSA-Renyi 算法多阈值分割

从表 1 看出当阈值数为 2 时, PSO-Renyi 算法和 SSA-Renyi 算法分割结果相同, 当阈值数大于 2 时, 空间复杂度增加, SSA-Renyi 算法分割的 PSNR 和 MSSIM 明显大于 PSO-Renyi 算法, 证明 SSA-Renyi 算法分割结果更优。

4 结论

针对传统分割算法随着阈值数增加, 分割结果差的缺点, 本文提出了一种基于 Renyi 熵与 SSA 算法结合的图像多阈值分割算法, 以 PSNR 和 MSSIM 指标评价分割后的结果。通过与 PSO-Renyi 分割算法仿真对比, 证明本文提出的算法有更好的分割结果。

参考文献:

- [1] 阳莹莹. 差分进化算法的改进及其在多阈值图像分割上的应用 [D]. 南宁: 广西大学, 2022.
- [2] 崔静阁. 多策略融合的粒子群算法改进及其在图像分割中的应用 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2019.
- [3] 李晓丹. 改进水母搜索算法及在图像分割中的应用研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2023.
- [4] XUE J K, SHEN B. A novel swarm intelligence optimization approach: sparrow search algorithm [J]. Systems science & control engineering, 2020, 8(1):22-34.
- [5] 吕鑫, 慕晓冬, 张钧. 基于改进麻雀搜索算法的多阈值图像分割 [J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(2):318-327.
- [6] 柳长安, 冯雪菱, 孙长浩, 等. 基于改进麻雀算法的最大 2 维熵分割方法 [J]. 激光技术, 2022, 46(2):274-282.
- [7] SAHOO P, WILKINS C, YEAGER J. Threshold selection using Renyi's entropy[J]. Pattern recognition, 1997, 30(1): 71-84.

【作者简介】

吕途 (1993—), 男, 河南郑州人, 硕士, 工程师, 研究方向: 电子仪器设计。

(收稿日期: 2025-08-04 修回日期: 2026-03-09)