

基于反射波的自适应脉搏波形分解算法

王玉坤¹
WANG Yukun

摘要

为提升脉搏波曲线拟合精度,文章提出了一种基于反射波假设的新型脉搏波曲线拟合算法,将桡动脉脉搏波分解为3个子波形 $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 的叠加,其中 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 为 $f_1(n)$ 经拉伸变换后的反射波。实验对比了高斯曲线与不同方向对数正态分布曲线的拟合效果,发现特征点的绝对位置可作为不明显特征点脉搏波拟合的参考。对于归一化脉搏波,对数正态分布曲线在 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 方向为“++”和“-+”时拟合最优(均方根误差0.024 4、0.028 0;最大误差0.063 3、0.077 2)。若子波形位置未优化,“-+”方向仍表现最佳(均方根误差0.029 5,最大误差0.080 6)。该算法为脉搏波分析提供了更精确的拟合工具,有助于心血管功能评估和中医脉诊客观化研究。

关键词

反射波假设;脉搏波;子波形;曲线拟合

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2026.01.012

0 引言

脉搏波是重要的生理信号,是人体心脏射血活动和血管状态等重要信息的外在反映,因此基于脉搏波的诊断在中医中占有重要地位。中医脉诊一般在手腕桡动脉处进行切脉。由于桡动脉脉搏波在疾病诊断方面的重要作用,脉搏信号采集的客观化和信息化是中医现代化建设与发展的关键环节。脉诊智能采集设备的开发则有助于为中医的疾病诊断与治疗提供重要的参考数据,并成为中医标准化的工具,图1为脉搏波的基本结构及特征点示意图^[1]。

脉搏波的曲线拟合基于反射波理论,将脉搏波分解为多个子波形的叠加,通过子波形参数变化定量分析脉搏波形态特征。常用拟合函数包括高斯曲线^[2-3]、对数正态分布曲线^[4]等,其中高斯曲线因对称性需更多子波形才能较好拟合脉搏波快速上升与缓慢下降特性。研究表明,不同健康状态下子波形参数存在差异,但现有方法仍存在局限性:

一是子波形位置未必与生理特征点对应;二是拟合参数差异可能仅反映波形形态变化,而非真实反射波特性^[5-7]。因此,如何优化拟合函数、提升子波形生理意义解释能力,仍是未来研究重点。

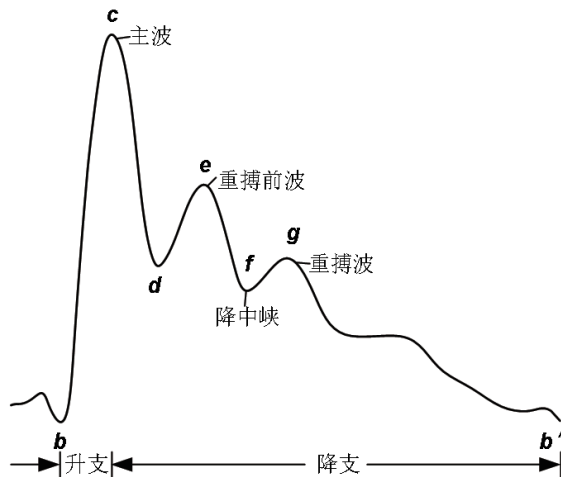


图1 脉搏波基本结构及特征点示意图

1. 神州数码信息服务集团股份有限公司 广东深圳 5180578

- [6] 李静,汤光明,孙怡峰,等.一种基于数字水印和PKI的电子签章系统[J].微计算机信息,2005,21(12-3):62-63.
- [7] 赵翔.数字签名综述[J].计算机工程与设计,2006,27(2):195-197.

【作者简介】

赵通(1986—),通信作者(email:hbjszt07@163.com),男,

安徽宿州人,硕士研究生,高级信息系统项目管理师,研究方向:领域驱动设计、微服务。

曾志华(1980—),女,湖北武汉人,硕士研究生,副教授,研究方向:软件系统分析与设计。

卢笙(1982—),男,广东广州人,硕士研究生,研究方向:教育管理。

(收稿日期:2025-07-08 修回日期:2026-01-13)

本研究通过脉搏波的曲线拟合,将脉搏波分解为多个子波形的叠加,并研究子波形的特征或与疾病等关联,是脉搏波分析的新的研究方向。一般文献的曲线拟合方法,没有使用脉搏波特征点的位置幅度等信息,需要调整的子波形参数较多,运算时间较长。本文以反射波观点为基础,讨论当子波形位置近似为特征点 c 、 e 、 g 位置时,将脉搏波分解为3个子波形的分解算法。该方法减少了需要调整的参数,提高了运算效率,为脉搏波形态分析及心血管功能评估提供了高效、精确的量化工具。

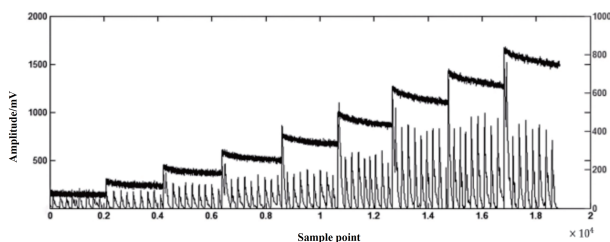
1 试验方法

1.1 多通道脉搏波的采集

如图2(a)所示,本研究采用一种新型柔性压力传感器阵列信号采集装置实现信号收集。该仪器由3个复合压力传感器组成,可同步测量3个波动点。如图2(b)所示,每个复合压力传感器包含压电传感器和压阻传感器,分别用于测量脉搏波和静态压力。传感器的弯曲结构设计能确保信号强度并防止波形倒置,采用聚氨酯海绵有效消除接触器振动的传递。整个采集过程中,通过在手腕佩戴充气袖带作为加压装置,可提供从10~140 mmHg、以10 mmHg为间隔的阶梯压力。每个压力阶梯下,袖带充气至指定压力并维持数秒,实时记录3个传感器的脉搏波信号和静态压力信息,直至接收到下一次充气指令。通过这种方式获取压力梯度下的脉搏波信号。完成所有压力阶梯后,袖带执行放气流程即结束采集。采样频率约为225 Hz,每个压力区间记录时间约为10 s。图2(c)展示了单通道脉搏传感器信号^[8]。



(a) 多通道脉搏波采集装置 (b) 复合式压力传感器



(c) 单通道脉搏传感器信号

图2 脉搏波采集装置和原始信号

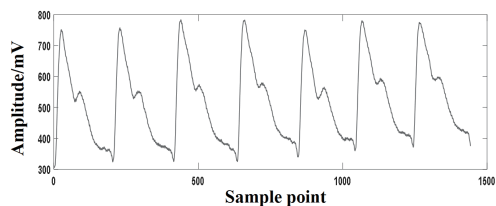
1.2 脉搏信号预处理

如图3(a)所示,由于脉搏信号是体表微弱生理信号,因此采集数据不可避免地会受到干扰。为此,需要对采集的

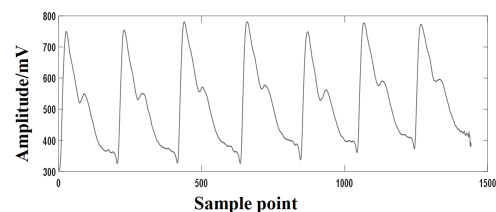
原始信号进行预处理以获得完整周期内的单周期脉搏波。预处理主要包括噪声处理、周期划分和标准化处理^[9-10]。

脉搏波携带的噪声主要包括尖端噪声、工频噪声、肌电噪声和呼吸噪声。首先采用中值滤波去除数据瞬变,基于陷波滤波器消除50 Hz工频干扰,再通过带通滤波器滤除部分呼吸噪声和带外肌电噪声,最后采用基于平移不变小波变换的新阈值函数去噪算法消除肌电噪声。图3(b)展示了去噪后的脉搏波序列。

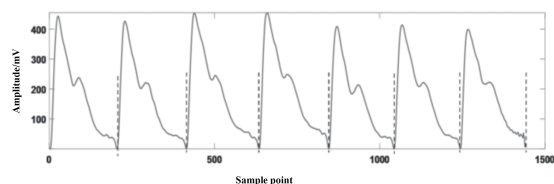
周期划分主要分为4个步骤:首先利用Viola积分和Shannon能量算法提取脉搏信号的包络能量函数;其次使用时频特性获取最优峰值点,将频域特性求得的周期步长作为迭代初始值,在步长范围内寻找最大值和次大值,以最大值区间作为下一次迭代步长,直至本次获得的峰值点平均间隔与上次迭代结果相同,即得到最优峰值点;接着运用K均值聚类 and Haar小波变换定位脉搏波波峰;两个波峰之间的最低点即为脉搏波起点,通过3次样条插值拟合起点获得基线漂移曲线;最终从脉搏波中减去基线漂移曲线得到去噪脉搏波,两个起点之间即为单周期脉搏波。图3(c)展示了完成周期划分与基线漂移消除后的信号。



(a) 原始脉搏波序列



(b) 噪声处理后的信号



(c) 完成周期划分及基线漂移校正后的信号

图3 单周期信号获取流程

由于脉搏波是非稳定信号,脉搏波的周期上会略有差异,为了消除脉搏波周期的影响,需要对脉搏波进行三阶样条插值。假设在一个压力段上第 i 个脉搏波可以表示为 $x_i(n)$,脉搏波的采样点数为 N_i ,则周期标准化的脉搏波长度 T 可以表

示为:

$$T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n N_i, i=1,2,3 \dots n \quad (1)$$

式中: n 表示在一个压力段上的脉搏波的个数。图 4 (a) 表示周期标准化的脉搏波。

脉搏波为准周期的生理信号, 可以利用相干平均算法 (coherent average) 能够实现对周期性和准周期性信号的提取的特性, 提取脉搏波信号, 通常情况下, 脉搏波上携带着不同频率范围的噪声, 滤波器方法不能很好地去除, 可以利用多信号叠加的方法, 根据噪声叠加来增加有用信号增益。本文设定 $y_i(t)$ 表示具有一定噪声的单周期脉搏波信号。

$$y_i(t) = s(t) + n_i(t) \quad (2)$$

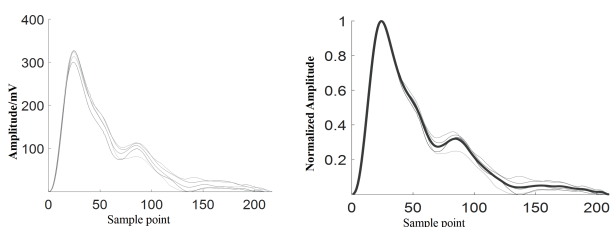
式中: $s(t)$ 表示重复出现的有用信号; $n_i(t)$ 表示随机噪声, 根据上述公式, 对单周期脉搏波信号进行多次叠加, 用公式表示为:

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [s(t) + n_i(t)] = s(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [n_i(t)] \quad (3)$$

假设 $s(t)$ 的功率表示为 P ; $n_i(t)$ 的方差表示为 σ^2 , 对于 $y_i(t)$ 而言, 信噪比 (SNR) 可以表示为:

$$\text{SNR} = \frac{P}{\sigma^2} \quad (4)$$

公式表明, 利用叠加平均化处理, 噪声的方差会降低 N 倍, 则利用平均化处理后脉搏波的信号比会增加 $\sqrt{N}$ 倍。相干平均后的波形如图 4 (b) 所示 (黑色加粗线)。



(a) 周期标准化的脉搏波 (b) 相干平均后的脉搏波

图 4 脉搏波信号的标准和平均处理

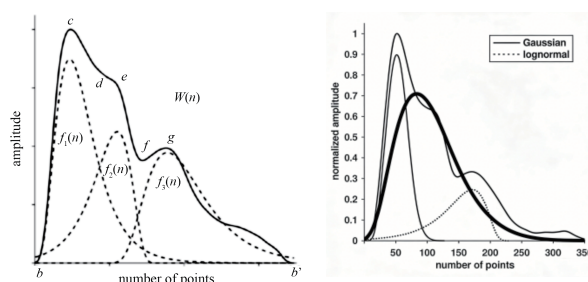
1.3 基于子波形的脉搏波建模

3 个子波形可以分别用序列 $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 表示, 如图 5 (a) 中虚线所示。在本文中, 基于反射波的观点, 将 $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ 取为 $f_1(n)$ 经过平移和伸缩变换后的序列, 即当 $k=2, 3$ 时, $f_k(n) = h_k/h_1 f_1(n/a)$; h_k 为 $f_k(n)$ 的幅度。

根据反射波的观点, $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 的宽度应大于等于 $f_1(n)$ 的宽度, 即假设 $|a| \geq 1$ 。

图 5 (b) 以高斯曲线和对数分布曲线为例, 为宽度和幅度变化前后, 子波形的示意图。若取图中对数分布曲线为 $f_1(n)$, 虚线为经过插值后的 $f(n) = 0.3f_1(-n/1.5)$ 曲线。

$f(n) = \sum_{k=1}^3 f_k(n)$ 为 3 个子波形的叠加结果。设 $f_0(n)$ 为幅度为单位 1, 由参数 μ 和 σ 确定的高斯曲线或对数正态分布曲线。取 $f_1(n)$ 幅度为 h_1 且 $f_1(n) = h_1 f_0(n)$ 。则 $f_k(n)$ ($k=1, 2, 3$) 的幅度 h_k 小于或等于 1。



(a) 脉搏波的 $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 序列 (b) 脉搏波的高斯曲线和对数分布曲线

图 5 脉搏波形和子波形示意图

记 P_1 、 P_2 、 P_3 分别为 $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 的峰值点位置。根据子波形与主波、重搏前波、重搏波的对对应关系, 子波形的峰值点位置应在脉搏波形特征点, 即 c 、 e 、 g 点的位置附近。图 6 为计算 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 相对于 $f_0(n)$ 的宽度比的示意图。

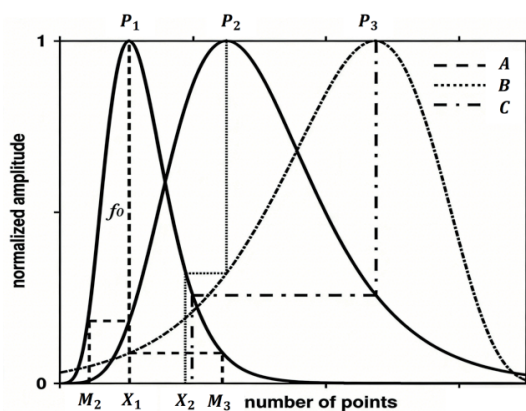


图 6 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 波形宽度计算示意图

图 6 中虚线 C 为第 2 个子波形宽度计算对应参考线, 虚线 B 对应于第 3 个子波形宽度计算对应参考线。如图 6 所示, $f_0(n)$ 上的 M_2 点和 M_3 点被用于确定 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 的宽度。根据图 6 中的虚线 C 所示, 第 2 个子波形在 P_1 点的幅度等于 $f_0(M_2)$ 。则从 $f_0(n)$ 到第 2 个子波形的拉伸倍数为 $(P_2 - P_1)/(P_1 - M_2)$ 。图 6 中第 3 个子波形的方向与 $f_0(n)$ 相反, 根据虚线 B , 第 3 个子波形在 P_1 点处的幅度等于 $f_0(M_3)$, 则对应的拉伸倍数为 $(P_3 - P_1)/(M_3 - P_1)$ 。

记脉搏波形为 $W(n)$ ，并将 $W(n)$ 幅度标准化为 1。使叠加波形 $f(n)$ 在 P_1 、 P_2 和 P_3 点的幅度值等于脉搏波形的幅度值 $W(P_1)$ 、 $W(P_2)$ 和 $W(P_3)$ ，则可得方程：

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0(P_1) & f_0(P_2) & f_0(P_3) \\ f_0(P_2) & f_0(P_1) & f_0(X_3) \\ f_0(P_3) & f_0(X_2) & f_0(P_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W(P_1) \\ W(P_2) \\ W(P_3) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中： $f_0(P_1)=1$ ，该式的解为子波形幅度 h_1 、 h_2 和 h_3 。根据图 3 中虚线 C， $f_0(X_3)$ 是第 3 个子波形在 P_2 点处的幅度；根据虚线 B， $f_0(X_2)$ 是第 2 个子波形在 P_3 点处的幅度。对于 X_2 ，根据拉伸倍数关系。

$$\frac{P_3-P_1}{M_3-P_1} = \frac{P_2-P_1}{X_3-P_1} \quad (6)$$

可得：

$$X_3 = P_1 - \frac{(P_2-P_1)(P_1-M_3)}{P_3-P_1} \quad (7)$$

相似地：

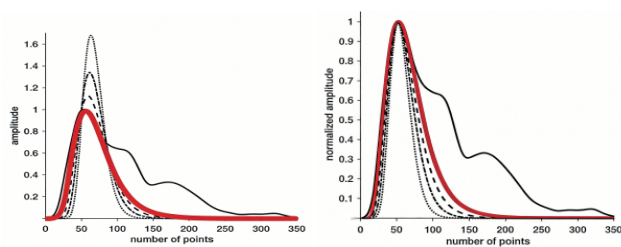
$$X_2 = P_1 + \frac{(P_3-P_2)(P_1-M_2)}{P_2-P_1} \quad (8)$$

根据式 (5) 的解 h_1 、 h_2 、 h_3 ，可得子波形 $f_i(n)=h_i f_0(n)$ ，并可以根据 h_k ($k=2, 3$) 和拉伸倍数经插值计算得到子波形 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 序列。

因为对数正态分布曲线是右偏分布，且脉搏波形的上升支斜率较大，所以在本文中取 $f_i(n)$ 的方向与 $f_0(n)$ 的方向一致。使用符号“+”和“-”代表 $f_2(n)$ 的方向与 $f_3(n)$ 的方向：若符号为“+”，则表示该子波形方向与 $f_0(n)$ 一致；若符号为“-”则表示该子波形方向与 $f_0(n)$ 相反。若 $f_2(n)$ 的方向为“+”，则当 $M_2=P_1-(P_2-P_1)$ 时， $f_2(n)$ 与 $f_0(n)$ 有相同的宽度，且当 M_2 点向 P_1 点方向移动时， $f_2(n)$ 的宽度增加。即 M_2 点在 $f_0(n)$ 上的移动区间为 $[P_1-(P_2-P_1), P_1]$ 。若 $f_2(n)$ 的方向为“-”，则当 $M_2=P_1+(P_2-P_1)$ 时， $f_2(n)$ 与 $f_0(n)$ 有相同的宽度， M_2 点的移动区间为 $P_1+(P_2-P_1)$ 点至接近 P_1 点。相似地，当 $f_3(n)$ 方向为“+”时， M_3 点的移动区间为 $[P_1-(P_3-P_1), P_1]$ ；当 $f_3(n)$ 方向为“-”时， M_3 点应从 (P_3-P_1) 点移动至接近 P_1 点。式 (7) 和式 (8) 不受 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 方向的影响。

本文使用组合符号“+-”代表 $f_2(n)$ 的方向为“+”且 $f_3(n)$ 的方向为“-”。本文将讨论对数正态分布曲线的四种方向组合情况下的曲线拟合结果：“++”“+-”“-+”和“--”。

图 7 (a) 为 μ 值固定， σ 值变化的对数正态分布曲线示例图。通过将幅值标准化为 1，以及将图 7 (a) 中的曲线的峰值位置移动到特征点 c，可得到标准化后的曲线如图 7 (b) 所示。可见通过改变曲线参数，可以获得在上升支和下降支具有不同形态的 $f_0(n)$ 曲线。



(a) 不同参数的对数正态分布曲线 (b) 幅度标准化后曲线

图 7 脉搏波的对数正态分布曲线

图 8 为当 $f_0(n)$ 参数固定 h_1 取不同值时，曲线 $W(n)-h_1 f_0(n)$ 的示例图。图中 $W(n)-h_1 f_0(n)$ 在特征点 e 与特征点 g 处的峰值位置随 h_1 的变化有较小的变化。

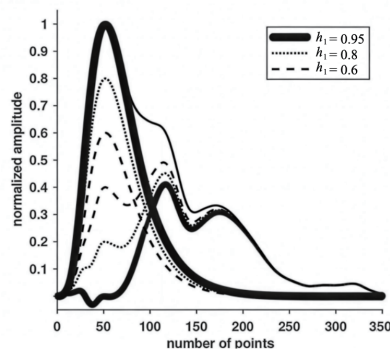


图 8 当 h_1 变化时的 $W(n)-f_i(n)$ 曲线

所以由于波形叠加，子波形 P_1 、 P_2 和 P_3 的位置可能与上凸特征点的位置之间有小的偏差。在本文中，为了使曲线拟合更高效，首先取 P_1 为 c 点位置，取 P_2 、 P_3 为 $W(n)-f_0(n)$ 在 e、g 点附近的峰值位置。 μ 、 σ 、 M_2 和 M_3 作为变化参数用于计算 h_k ($k=1, 2, 3$)；并根据拉伸倍数，通过插值计算 $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ ，得到叠加波形 $f(n)$ 。对于每一组参数，分别计算 $f(n)$ ，并应用最小二乘法确定 $W(n)-f(n)$ 误差最小的参数组。对于长度为 N 的采集序列 $Y_a[n]$ 和拟合序列 $Y_b[n]$ ，最小二乘法以差的平方和 $\sum_{i=1}^N (Y_a[i]-Y_b[i])^2$ 最小为优化判据。

根据图 8 所示，此时的 P_2 、 P_3 位置可能不准确。如果误差最小时的 $h_1 f$ 与 $f_0(n)$ 的幅度 1 之间的差值较大，则根据 $W(n)-h_1 f_0(n)$ 重新计算 P_2 、 P_3 位置，并重复前面的步骤通过最小二乘法确定参数；若差值较小（例如差值小于 0.1），则不重新计算。由于这时的计算结果没有考虑 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 波形叠加子波形位置的影响，所以可以在循环中通过使 P_1 、 P_2 和 P_3 在 c 点或 $W(n)-f_0(n)$ 峰值点位置附近变化，实现叠加波形 $f(n)$ 的优化。

2 试验结果与分析

2.1 曲线拟合的结果与误差统计

根据文献 [11]，在 3 个子波形幅值都为正值时，平均绝

对误差 (MAE) 较小; 根据文献 [12], 高斯曲线和对数正态分布曲线的拟合结果的绝对误差百分比 (MAPE) 和最大误差 (Max residual) 较小。

高斯分布曲线的函数为:

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

对数正态分布曲线的函数为:

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma n} e^{-\frac{(\ln(n)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

式中: n 为脉搏波形序列下标; μ 和 σ 分别为 n 或 $\ln(n)$ 的均值和标准差。

图 9 为 4 种代表性的脉搏波形以及使用 “++” “+-” “-+” “--” 方向的对数正态分布曲线和高斯曲线的曲线拟合结果。其中对于没有特征点 e 的波形, 根据对脉搏波特征点参考位置的讨论, 取 P_2 为在区间 $P_a(c)+0.05s$ 至 $P_a(g)-0.1s$ 内变化的参数。

在计算中, 对波形序列的所有点使用了最小二乘法使平方误差最小。在 $f(n)$ 标记的子图中, 黑实线为幅度标准化为 1 后的脉搏波形, 点划线为子波形, 短划线为曲线拟合结果 $f(n)$, $W(n)-f(n)$ 标记的子图为 $W(n)$ 与 $f(n)$ 的差值曲线。

对于第一个波形, 图中左边的两列为没有对子波形峰值位置 P_k ($k=1, 2, 3$) 进行优化时对应的拟合结果, 3、4 列为 P_k ($k=1, 2, 3$) 位置经过小范围内优化后的拟合结果。如

图 9 所示, 优化前后的子波形的形状较为相似, 而经过优化后的拟合曲线相对更为准确。根据拟合结果 $f(n)$ 和误差曲线 $W(n)-f(n)$, 对于图 9 中的 4 个波形, “++” 对数正态分布曲线和高斯曲线的结果与原波形最为近似。“+-” 对数正态分布曲线的结果也较为准确。

表 1 列出了对 16 位受试者的脉搏波形使用对数正态分布曲线与高斯曲线进行曲线拟合的误差统计结果。使用 RMSE 和 Max residual 评估拟合结果, 计算公式为:

$$\begin{cases} \text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (W(n)-f(n))^2}{N}} \\ \text{Maxresidual} = \max(|W(n)-f(n)|) (n=1, 2, \dots, N) \end{cases} \quad (11)$$

式中: N 为脉搏波形中用于计算 RMSE 和 Max residual 的序列长度。脉搏波形末尾处可能存在波动。

若基于反射波观点, 这些波动可能是由多次反射的幅度较小的反射波造成的。由于本文只使用 3 个子波形进行拟合, 所以表 1 中列出了使用 (a) 整个脉搏波形即 b 点至 b' 点的总采样点数作为 N 值, 以及 (b) 脉搏波形 b 点至 g 点间的采样点数作为 N 值, 两种情况下的 RMSE 和 Max residual。如表 1 所示, b 至 g 部分的 Max residual 的平均值小于 $b-b'$ 部分的 Max residual 平均值, 而由于 $b-b'$ 部分用于计算的点数 N 较大, $b-b'$ 部分的 RMSE 平均值较小。

表 1 还分别列出了对子波形 P_1 、 P_2 、 P_3 位置进行优化和不进行优化的误差统计结果。优化后, 即子波形位置经过修正

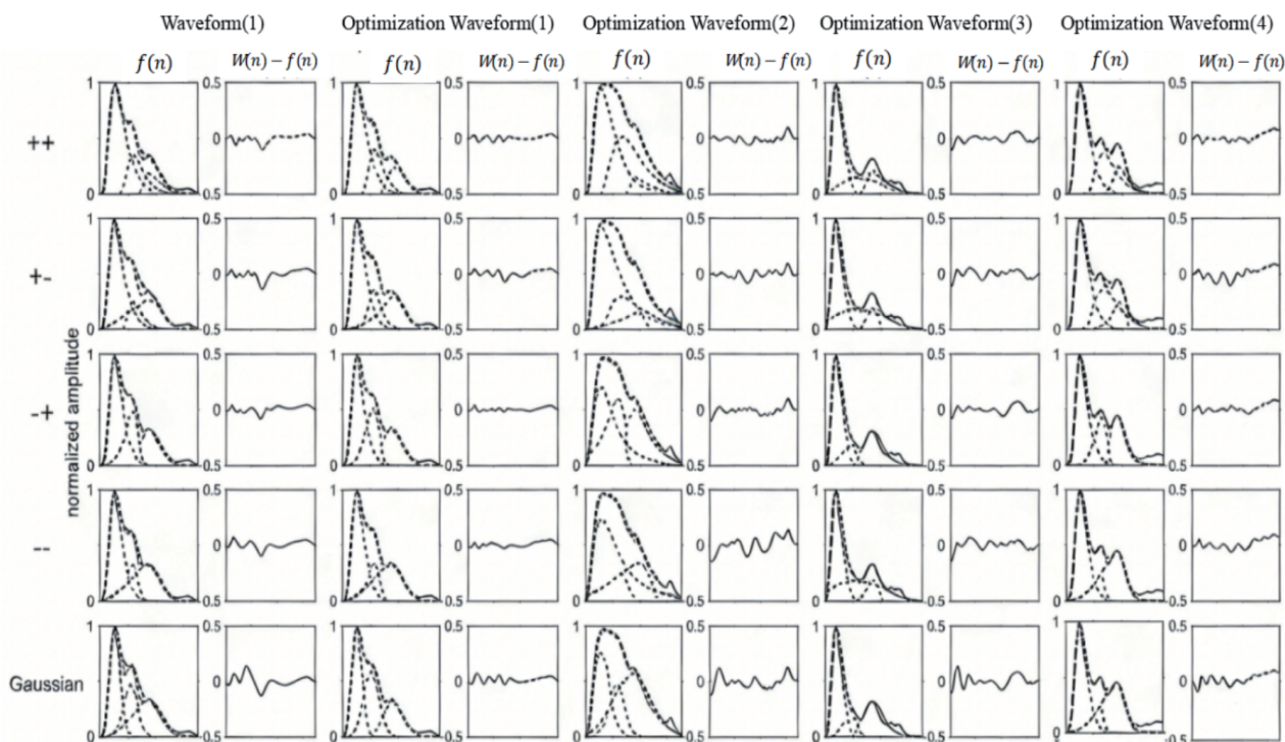


图 9 4 个脉搏波使用对数正态分布曲线和高斯曲线的曲线拟合结果

表 1 16 位受试者脉搏波使用 4 种组合方向对数正态分布曲线与高斯曲线的 RMSE、RMSE 的标准差及 Max residual 的统计

优化后				优化前			
(a)b-b'	RMSE	SD of RMSE	Max residual	(a)b-b'	RMSE	SD of RMSE	Max residual
++	0.0244 (0.011~0.039)	0.008 2	0.063 3 (0.029~0.092)	++	0.033 1 (0.018~0.054)	0.010 3	0.095 1 (0.040~0.177)
+-	0.0339 (0.021~0.068)	0.010 5	0.087 5 (0.048~0.151)	+-	0.040 5 (0.022~0.056)	0.008 7	0.118 5 (0.065~0.180)
-+	0.0280 (0.014~0.055)	0.009 8	0.077 2 (0.040~0.124)	-+	0.029 5 (0.021~0.043)	0.007 5	0.080 6 (0.051~0.113)
--	0.0429 (0.021~0.068)	0.016 4	0.103 3 (0.046~0.165)	--	0.047 2 (0.023~0.078)	0.016 7	0.121 1 (0.061~0.213)
Gaussian	0.0399 (0.027~0.057)	0.008 5	0.112 2 (0.077~0.181)	Gaussian	0.048 9 (0.032~0.071)	0.011 0	0.137 5 (0.106~0.220)
(b)b-g	RMSE	SD of RMSE	Max residual	(b)b-g	RMSE	SD of RMSE	Max residual
++	0.023 5 (0.012~0.043)	0.008 3	0.054 5 (0.023~0.092)	++	0.035 8 (0.013~0.071)	0.0158	0.090 0 (0.037~0.177)
+-	0.037 7 (0.016~0.060)	0.012 2	0.084 9 (0.039~0.151)	+-	0.050 7 (0.026~0.079)	0.0150	0.116 0 (0.059~0.180)
-+	0.023 9 (0.011~0.034)	0.006 8	0.063 5 (0.039~0.100)	-+	0.029 9 (0.009~0.047)	0.0105	0.071 3 (0.022~0.113)
--	0.037 7 (0.015~0.063)	0.013 9	0.094 6 (0.030~0.165)	--	0.045 4 (0.027~0.083)	0.0147	0.115 4 (0.061~0.213)
Gaussian	0.045 4 (0.031~0.087)	0.012 3	0.112 1 (0.077~0.181)	Gaussian	0.059 9 (0.039~0.105)	0.0170	0.135 0 (0.087~0.220)

后的“++”对数正态分布曲线拟合的 RMSE 平均值为 0.024 4, “-+”方向的 RMSE 平均值为 0.028 0。相对于“+-”“-”对数正态分布曲线和高斯曲线,“++”“-+”对数正态分布曲线的拟合结果较好。对于单个的脉搏波形,“++”的结果可能优于“-+”且“++”的 RMSE 平均值较小。但对于子波形位置不优化的情况,即子波形位置直接由图 9 确定时,“-+”的 RMSE 平均值 0.029 5 小于“++”的 RMSE 平均值 0.033 1,拟合误差较小。

2.2 运动后的脉搏波形变化及曲线拟合

图 10 为采集的(1)(2)两位受试者的脉搏信号。图中实线为两位受试者安静状态下的脉搏信号,虚线为运动后的脉搏信号,可见运动后心率明显增加。对受试者(1)的重搏前波在运动后比安静状态更明显;而受试者(2)的重搏前波在安静状态下更明显。

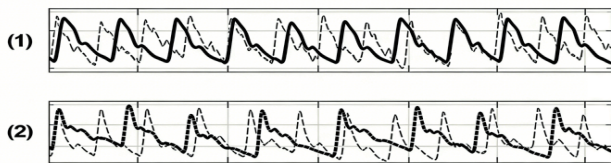


图 10 两位受试者安静状态(实)和运动后(虚)的脉搏信号

图 11 为图 10 中两位受试者在两种状态下的脉搏波形使用“-+”对数正态分布曲线的拟合结果。对于图 11 中的 4

个脉搏波形,表 2 列出了 $f_2(n)$ 和 $f_3(n)$ 相对于 $f_1(n)$ 的幅度(h),宽度(w)与面积(S)的相对值。由于子波形都由 $f_0(n)$ 变形得到,则面积值计算为宽度与幅度的乘积。由于 μ 与 σ 参数不同时, $f_0(n)$ 也可能有相似的形状,所以表 2 中未列出 μ 、 σ 参数值。若以反射波观点为基础,则根据表 2 中结果,受试者(1)和受试者(2)的脉搏波形在运动后具有不同的变化特征。例如,受试者(1)的 $f_2(n)$ 子波形变化更明显,而受试者(2)的 $f_3(n)$ 子波形变化更明显;比如受试者(1)的 S_2/S_1 值在安静状态下为 0.422,而运动后为 0.772;受试者(2)的 S_3/S_1 值在安静状态下为 1.423,而运动后为 0.447。而受试者(1)的 h_3/h_1 值和受试者的 h_2/h_1 值在运动前后基本没有明显变化。

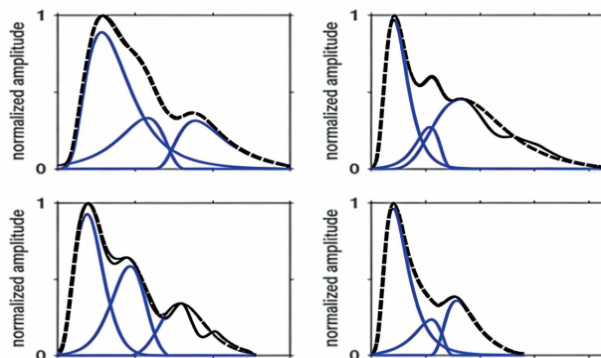


图 11 图 10 中脉搏波形的曲线拟合结果

表2 图11中 $f_2(n)$ 、 $f_3(n)$ 相对于 $f_1(n)$ 的幅度(h)、宽度(w)与面积(S)的相对值

(1)	h_2/h_1	h_3/h_1	w_2/w_1	S_2/S_1	S_3/S_1
qubit	0.406	0.366 0	1.099	0.422	0.406 0
exercise	0.699	0.569 0	1.267	0.772	0.383 0
(2)	h_2/h_1	h_3/h_1	w_2/w_1	S_2/S_1	S_3/S_1
qubit	0.281	0.467 0	1.092	0.29	1.423 0
exercise	0.941	0.371 0	1.067	0.233	0.447 0

值得一提的是, 由于在测量中施加在PVDF传感器上的静态压力可能不同, 所以标准化前各个脉搏波的幅度并不具有可比性。因此即使图11中受试者(1)的 $f_1(n)$ 子波形的宽度在运动后减小, 安静状态与运动后的 $f_1(n)$ 的波形形态并不具有可比性。即在采集波形的静态压力固定时, 才可以对比运动前后 $f_1(n)$ 波形的面积、幅度、宽度等参数; 对不同波形 $f_0(n)$ 不同时, 面积值需要按照曲线积分计算。反射波观点可以作为脉搏信号基线低频波动的一种可能的解释方式。例如, 脉搏信号的基线是各个脉搏波形特征点 b 的连线, 而脉搏信号中可能包含有经过多重反射的幅度较小的反射波, 这些反射波的叠加是特征点 b 不在同一基线的原因。而在运动后, 由于脉搏周期减小或反射增强等可能的假设, 图10中运动后脉搏信号的基线比安静状态下脉搏信号的基线更明显。

3 结论

本文还讨论了脉搏波的曲线拟合, 并讨论了基于反射波观点的曲线拟合算法。在该算法中取子波形 $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ 为 $f_1(n)$ 经过拉伸变换后的波形, 并取子波形位置与特征点 c 、 e 、 g 位置一致, 则在使用最小二乘法的拟合计算中只有4个参数, 极大地提高了计算效率。同时, 讨论了使用高斯曲线与对数正态分布曲线的拟合结果; 在对数正态分布曲线的讨论中, $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ 有4种方向组合。根据讨论的结果, 采用对数正态分布曲线且 $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ 方向为“+”或“++”时, 脉搏波形有较好的拟合结果; 在子波形位置没有经过优化时, $f_2(n)$ 与 $f_3(n)$ 方向为“+”时拟合结果较好。在此基础上, 本文讨论了子波形参数随运动和呼吸的变化。将脉搏波分解为子波形, 一方面可以为脉搏波研究提供新的角度; 另一方面, 通过将脉搏波形分解为子波形, 对于一个脉搏波只需要 μ 、 σ 、 M_2 、 M_3 以及子波形位置参数 P_1 、 P_2 、 P_3 即可进行波形重建, 可以有效减少脉搏波形存储所需的存储空间。

参考文献:

[1] 费兆馥. 现代中医脉诊学[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2003.
 [2] 张魁星, 孟煜, 杨琳. 基于高斯函数分解的妊娠期高血压

患者脉搏波特征研究[J]. 北京生物医学工程, 2020, 39(4): 357-363.
 [3] 苏志刚, 朱海玲, 郝敬堂. 基于高斯混合模型的脉搏波特征提取方法[J]. 中国医学物理学杂志, 2018, 35(1): 76-82.
 [4] MIHAELA PAUN L, COLEBANK M J, HUSMEIER D. A comparison of gaussian processes and polynomial chaos emulators in the context of haemodynamic pulse-wave propagation modelling[J]. Philosophical transactions of the royal society A: mathematical, physical and engineering sciences, 2025, 383(2292): 20240222.
 [5] 王睿, 李哲, 张天佑. 基于多流特征融合与领域知识整合的CNN-xLSTM网络用于光电容积脉搏波信号的无创血压估计[J]. 中国生物医学工程学报, 2025, 44(2): 158-169.
 [6] FURER N, RAPPOPORT N, MILMAN O, et al. A reference model of circulating hematopoietic stem cells across the lifespan with applications to diagnostics[J]. Nature medicine, 2025, 31: 2442-2451.
 [7] BOLT T, WANG S Y, NOMI J S, et al. Autonomic physiological coupling of the global fMRI signal[J]. Nature neuroscience, 2025, 28: 1327-13355.
 [8] 刘维, 陈启明, 周雨昕. 心电P波极性标定法在脉搏波反射点识别中的应用[J]. 中华医学杂志, 2025, 105(7): 523-530.
 [9] LI Y, GENG X G, YAO F, et al. Pulse wave feature classification and recognition method[J]. Journal of non-crystalline solids and applications, 2025, 26(7): 2375-2389.
 [10] CHEN J N, GENG X G, YAO F, et al. Single-cycle pulse signal recognition based on one-dimensional deep convolutional neural network[J]. Electronics, 2024, 13(3): 511.
 [11] JIANG X G, WEI S S, JI J B, et al. Modeling radial artery pressure waveforms using curve fitting: comparison of four types of fitting functions[J]. Artery research, 2018, 23: 56-62.
 [12] HASHIMOTO J, IMAI Y, O'ROURKE M F. Indices of pulse wave analysis are better predictors of left ventricular mass reduction than cuff pressure[J]. American journal of hypertension, 2007, 20(4): 378-384.

【作者简介】

王玉坤(1990—), 女, 安徽合肥人, 硕士研究生, 研究方向: 计算机技术。

(收稿日期: 2025-08-27 修回日期: 2026-01-07)