

基于形态学梯度和直方图的永乐宫壁画修复

徐天芝¹

XU Tianzhi

摘要

永乐宫壁画作为中国古代壁画艺术的瑰宝，具有极高的历史文化价值。然而，由于岁月侵蚀、环境污染等因素，壁画出现了多种损坏情况。为此，文章提出了一种基于形态学梯度和直方图的 Criminisi 修复算法。针对传统 Criminisi 算法在优先权函数计算和样本块匹配方面的不足进行改进，首先引入形态学梯度优化优先权函数，然后通过局部颜色直方图对样本块间的相似度进行改进，提高样本块匹配的准确性和效率。实验结果表明，该方法能够有效修复永乐宫壁画图像，在保持图像结构和纹理连续性方面表现出色，为永乐宫壁画的数字化修复提供了一种可行的算法。

关键词

永乐宫壁画；图像修复；形态学梯度；颜色直方图；Criminisi 算法

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2025.10.014

0 引言

永乐宫，全名大纯阳万寿宫，是道教宫观式建筑群，集绘画、建筑、雕塑等为一体且规模宏大，现位于山西省芮城县北^[1]。永乐宫壁画是中国古代壁画艺术的杰出代表，其绘制精美，内容丰富，反映了当时的宗教信仰和社会风貌。然而，历经数百年的岁月变迁，永乐宫壁画遭受了诸如褪色、剥落、裂缝、污渍等不同程度的损坏。这些损坏不仅严重影响了壁画的艺术观赏价值，也对其承载的历史文化信息的传承构成了威胁。永乐宫壁画由于历史久远，历经多次自然灾害，在 20 世纪 60 年代还经历整体搬迁，一方面，出现了颜料层脱落、起甲、粉化等病害；另一方面，壁画拼接缝开裂，表层画面被污染，出现变色的情况^[2]。现存壁画由于内部结构及表面受搬迁、早期切割和修复的大量影响，都发生了变化。对于这种状况，要想对永乐宫壁画进行修复，技术显得尤为重要。由于人工修复风险大、耗时长、成本高且不可逆等特点，现在逐渐将数字化图像修复技术应用于壁画的修复，能够有效保护原始壁画，使其不遭受二次侵害^[3]。

随着数字化技术的不断发展，使用数字化技术对壁画进行修复，可以有效地避免壁画的二次破损，王凤随等人^[4]针对传统 Criminisi 算法中优先权值很快趋于零、修复时间较长等缺点，提出了一种改进的基于信息熵和梯度因子的图像修复算法；陈永等人^[5-6]利用引入信息熵、梯度和曲率等对优先权函数进行改进，在敦煌壁画修复过程中取得了较好的主

观和客观评价效果；Wang 等人^[7]提出了一种基于结构引导的全局和局部特征加权修复算法，并将其应用于古壁画修复。陈莹等人^[8]使用加权求和并引入几何距离来改进 Criminisi 算法，从而提高了修补速率；曲美婷等人^[9]通过基于 Criminisi 算法的数字图像修复方法提取修复像素点生成修复块，用此样本填充破损区域；李奇等人^[10]提出一种基于 K-means 颜色分割的改进 Criminisi 算法，应用于纺织品文物图像修复；吕伏等人^[11]在 Criminisi 算法中引入基于 ISEF 的数据项和等照度线曲率信息，构成新的优先权函数，解决了修复顺序不当的问题。

综上所述，本文针对 Criminisi 算法在图像修复时容易出现结构传播错误、边缘保持差和像素匹配错误的问题，结合永乐宫壁画本身的特点，对传统图像修复算法 Criminisi 算法进行改进^[12]，使其更适用于永乐宫壁画的修复：（1）针对传统 Criminisi 算法在优先权函数计算的不足进行改进，利用数学形态学梯度优化优先权函数。（2）针对样本块匹配方面的不足，通过引入局部颜色直方图来提高样本块匹配的准确性和效率。实验结果表明，该方法能够有效修复永乐宫壁画图像，在保持图像结构和纹理连续性方面表现出色，为永乐宫壁画的数字化修复提供了一种可行的算法。

1 传统 Criminisi 修复算法步骤

传统的 Criminisi 算法考虑图像的纹理信息和结构特征。图 1 为 Criminisi 算法核心示意图。其中， Ψ 为原图像的完好区域； Ω 为原图像破损的区域； $\partial\Omega$ 为原图像破损区域的边缘； p 为破损区域边缘的某个像素点； Ψ_p 为原图像中以 p 为中心的待修补块。

1. 运城学院数学与信息技术学院 山西运城 044000

[基金项目] 运城学院科研项目（YY-202215）

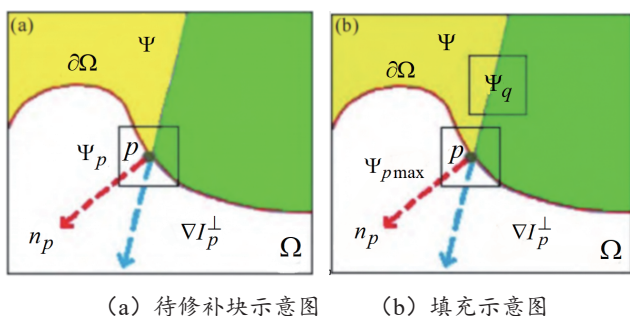


图1 Criminisi 修复算法示意图

步骤1: 计算原图像破损区域的待修补边缘上每个待修补块 Ψ_p 的优先权函数 $P(p)$, 找到优先权最大的修补块 $\Psi_{p_{\max}}$ 。优先权 $P(p)$ 计算公式为:

$$P(p) = C(p) \times D(p) \quad (1)$$

式中: $C(p)$ 为置信项表示待修补块中含有已知像素的比例; $D(p)$ 为数据项表示结构信息量, $D(p)$ 越大表示图像线性结构越复杂。

$$C(p) = \sum_{q \in \Psi_p \cap \Psi} \frac{C(q)}{|\Psi_p|} \quad (2)$$

$$D(p) = \frac{|\nabla I_p^\perp \cdot n_p|}{\gamma} \quad (3)$$

式中: $C(q)$ 表示 Ψ_p 中含有的已知像素的置信度; $|\Psi_p|$ 表示待修补块 Ψ_p 的面积; n_p 为 p 的单位法向量; $\nabla I_p^\perp$ 为 p 的等照度线向量; γ 为归一化系数, 一般取 255。 $C(q)$ 满足的条件为:

$$C(q) = \begin{cases} 1, q \in \Psi \\ 0, q \notin \Psi \end{cases} \quad (4)$$

步骤2: 根据步骤1找到相似度最大的块并进行填充。先通过 SSD (sum of squared difference) 计算待修补块和原图像完好区域的块的相似度, 然后使用 argmin 计算出最小相似度, 对待修补块进行填充。在完好的像素区域通过计算相似度寻找相似度最大的匹配块 Ψ_q , 公式为:

$$\begin{cases} \Psi_q = \operatorname{argmin} \operatorname{SSD}(\Psi_{p_{\max}}, \Psi_q) \\ \operatorname{SSD}(\Psi_{p_{\max}}, \Psi_q) = \sum_{\substack{V_{p_{\max}} \in \Psi_{p_{\max}} \\ V_q \in \Psi_q}} \sqrt{(V_{p_{\max}}^R - V_q^R)^2 + (V_{p_{\max}}^G - V_q^G)^2 + (V_{p_{\max}}^B - V_q^B)^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中: Ψ_q 表示以 q 为中心的匹配块; R 、 G 、 B 表示图像的不同颜色通道; $V_{p_{\max}}$ 、 V_q 分别表示待修补块的像素值和匹配块的像素值。

步骤3: 更新置信项。在破损边缘处每完成一个修补块的填充之后, 破损区域的边缘就会发生一定的变化, 当优先级最高的目标块被修补时, 它的信息都会发生变化, 因此需要对置信项进行不断的更新计算, 即:

$$C(\bar{p}) = C(p) \quad (6)$$

式中: $\bar{p}$ 表示待修补块中的未知区域。

步骤4: 依据上面的步骤, 重复进行, 直到破损区域被全部填充。

2 传统 Criminisi 修复算法缺陷分析

传统的 Criminisi 算法修复效果良好, 但也存在一定的问题, 比如耗时较长、优先权计算和匹配块的选择等方面。经分析, 发现两个可以改进的地方:

(1) 优先权函数容易下降为 0。在每一个破损区域填充之后, 会对置信项进行更新, 这时置信项都会变小, 随着破损区域的不断修补, 置信项也在不断变小, 优先权函数是通过乘积计算的, 那优先权值也会过低而失去可信度, 之后的修复工作无法选出合适修补点;

(2) 相似度计算规则简单。只简单考虑了破损块和完好块之间的颜色差距, 未考虑其纹理结构信息, 容易造成错误匹配的问题。由于破损块与完好块的纹理和结构并非完全一致, 随着修复工作的进行误差会不断累积, 最终影响修复的准确率。

3 改进的 Criminisi 修复算法

3.1 优先权计算改进

在文献 [12] 的传统 Criminisi 图像修复算法中, 优先权函数仅利用置信项 $C(p)$ 和数据项 $D(p)$ 的乘积存在局限性, 因为当置信项 $C(p)$ 或数据项 $D(p)$ 为 0 时, 优先权 $P(p)$ 将归零, 可能导致修复顺序异常或关键区域修复延迟。为提升彩色图像修复的精度和效果, 引入形态学梯度对优先权函数进行优化, 将形态学梯度信息与传统置信项、数据项进行有机融合。

形态学梯度是通过膨胀 (Dilation) 与腐蚀 (Erosion) 的差值有效提取图像边缘与结构特征, 对于彩色图像, 需分别对 R 、 G 、 B 三通道进行形态学梯度计算。

$$\begin{aligned} G_r(p) &= \operatorname{Dilation}(I_r(p)) - \operatorname{Erosion}(I_r(p)) \\ G_g(p) &= \operatorname{Dilation}(I_g(p)) - \operatorname{Erosion}(I_g(p)) \\ G_b(p) &= \operatorname{Dilation}(I_b(p)) - \operatorname{Erosion}(I_b(p)) \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $I_r(p)$ 、 $I_g(p)$ 、 $I_b(p)$ 分别为像素 p 在 R 、 G 、 B 通道的颜色值。

由此定义形态学梯度相关项 $M(p)$ 为三通道梯度的加权平均值。

$$M(p) = \frac{G_r(p) + G_g(p) + G_b(p)}{3} \quad (8)$$

改进后的优先权函数引入两个权重系数 α 和 β ($\alpha, \beta > 0$), 通过线性加权的方式平衡不同因素对优先权的影响。

$$P'(p) = \alpha \times C(p) \times D(p) + \beta \times M(p) \quad (9)$$

式中: α 用于调节传统置信项与数据项乘积的权重; β 用于控制形态学梯度项的贡献程度。

当 $C(p)$ 和 $D(p)$ 同时为 0 时, 优先权 $P'(p)$ 仍可通过形态学梯度项 $M(p)$ 维持非零值, 保证修复过程的连续性。

本文通过多组对比实验,采用结构相似性指数(SSIM)和峰值信噪比(PSNR)作为评价指标,系统分析不同参数组合下的修复效果,最终确定最优参数配置,从而显著提升彩色图像修复的结构准确性与视觉真实性。

3.2 样本块间的相似度改进

传统 Criminisi 算法在计算样本块相似度时,采用平方差之和(SSD)方法。这种方式仅考虑了样本块整体的像素信息,没有充分顾及颜色在局部区域的分布特性。壁画在长期保存过程中,由于环境因素影响,会出现局部褪色、颜色剥落等情况,导致颜色分布极不均匀。

颜色直方图能够直观地反映图像中不同颜色的分布情况,记录了各个颜色值出现的频率。而局部颜色直方图是将样本块进一步细分为多个子块,分别计算每个子块的颜色直方图。对于壁画而言,某部分壁画可能只有左上角区域出现褪色,而其他部分颜色保持相对完好。局部颜色直方图通过分析每个子块的颜色分布情况,能够精准地反映出样本块间在颜色局部特征上的差异。

对于待修复区域的样本块 X 和源区域的样本块 Y ,首先将它们分别均匀划分为 $n \times n$ 个大小相等的子块。设子块 i 在样本块 X 中的颜色直方图表示为 $H_{X,i}$,在样本块 Y 中的颜色直方图表示为 $H_{Y,i}$ 。在 R 、 G 、 B 颜色空间中,可以将每个通道 R 、 G 、 B 分别划分为 m 个区间,然后组合成三维的颜色空间,统计子块中每个像素落入不同三维的数量,得到该子块的颜色直方图。样本块 X 与 Y 间的颜色直方图差异 D_{hist} 可通过公式计算为:

$$D_{\text{hist}} = \sum_{i=1}^{n^2} \sum_{j=1}^m |H_{X,i}(j) - H_{Y,i}(j)| \quad (10)$$

式中:内层求和 $\sum_{j=1}^m |H_{X,i}(j) - H_{Y,i}(j)|$ 计算了两个样本块对应子块 i 的颜色直方图差异,即对应区间上像素数量的差值绝对值之和,反映了两个子块在颜色分布上的差异程度。外层求和 $\sum_{i=1}^{n^2}$ 则将所有子块的差异累加起来,得到样本块 X 与 Y 整体的颜色直方图差异度量。

为了更全面地度量样本块间的相似度,将 D_{hist} 与基于像素的颜色差异度量 SSD 相结合。最终的样本块颜色相似度 S 可表示为:

$$S = D_{\text{hist}} + \text{SSD} \quad (11)$$

公式平衡局部颜色直方图差异与像素级颜色差异在相似度度量中的贡献,从而获得更精准的样本块颜色相似度评估,为壁画修复中样本块的有效匹配提供可靠依据。

3.3 改进的 Criminisi 算法流程

(1) 计算待修补块优先权:融合形态学梯度信息和两个权重系数改进优先权函数,经多组实验确定最佳系数,找优先权最大的块。

(2) 寻找最佳匹配块并填充:划分样本块为子块,计算子块颜色直方图差异,结合像素颜色差异评估相似度,按图像特征或经验定权重,选相似度最低的块填充。

(3) 更新置信项:每次填充后,因修补区域边缘变化,重新算置信项。

(4) 循环直至修复完成:重复前三步,直至修补区域全填满。

4 实验与分析

对上述算法在系统环境为 MATLAB 2014a 中运行,通过图片的完整度和定量进行评价。

先观察修复后的永乐宫壁画的图像是否连贯和完整,来判断改进算法修复效果;再定量评价壁画修补的效果,定量比较壁画修复的好坏,本文选取的客观指标为时间、均方误差(MSE)、峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM),具体公式为:

$$\text{MSE} = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} (U(i, j) - U_1(i, j))^2 \quad (12)$$

式中: U 为原图; U_1 为修复后的图像; M 、 N 分别为图像的行数和列数。

$$\text{PSNR} = 10 \lg \left[\frac{255^2}{\text{MSE}} \right] \quad (13)$$

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2u_x u_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(u_x^2 + u_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (14)$$

式中: u_x 、 u_y 、 σ_x^2 、 σ_y^2 、 σ_{xy} 分别是原始图和修补图的平均值、方差和协方差; $c_1 = (k_1 L)^2$ 、 $c_2 = (k_2 L)^2$ 是常数,其中 L 是像素值的动态范围, $k_1 = 0.01$ 、 $k_2 = 0.03$ 。

4.1 优先权计算改进结果

经过改进的优先权函数公式(9),引入形态学梯度,在经过大量的图片测试后选定了 α 和 β 的取值,当 $\alpha = 0.4$ 、 $\beta = 0.6$ 时无论是人眼视觉上还是定量评价上效果最优。根据图2和图3,可以清楚地发现当 $\alpha = 0.4$ 、 $\beta = 0.6$ 时峰值信噪比和结构相似度都是最优。

当 $\alpha = 0.4$ 、 $\beta = 0.6$ 时,对改进的 Criminisi 算法进行实验,选取永乐宫壁画中的手势图,图4为算法对比图,图5为修复区域的细节图像,从图像上清晰地看出本文的算法修复效果比传统的 Criminisi 算法效果更好,表1是定量分析,无论是时间、峰值信噪比还是结构相似度都有所提高。

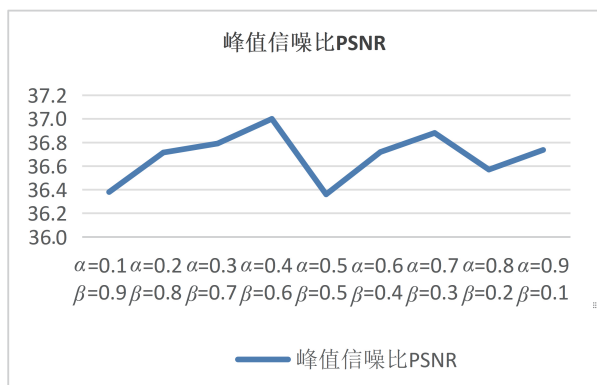


图2 不同参数下 PSNR 变化图

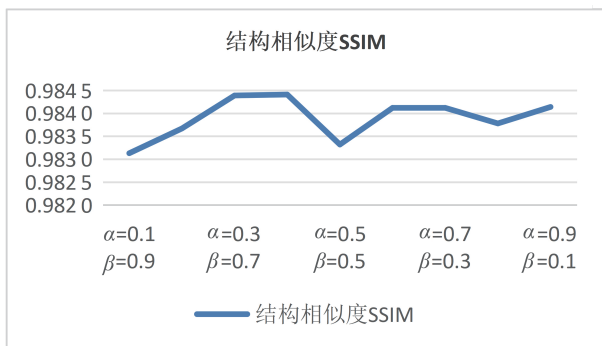
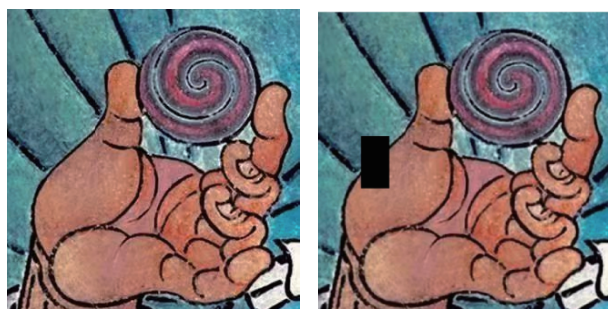


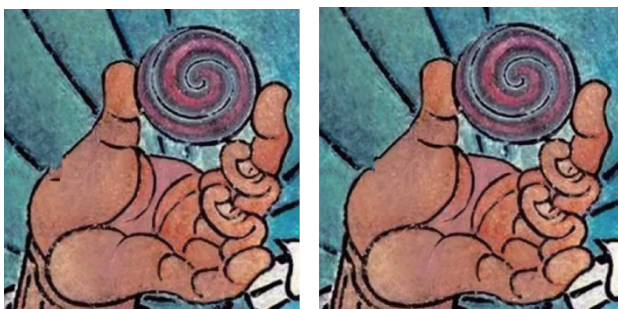
图3 不同参数下 SSIM 变化图

表1 定量分析对比表

算法	PSNR	SSIM	T/s
传统 Criminisi 算法	36.21	0.989 26	884.07
本文优先权算法	36.93	0.989 55	590.88



(a) 原图 (b) 破损图像



(c) 传统 Criminisi 算法 (d) 仅优化优先权算法

图4 优化优先权函数效果对比图



(a) 传统细节图 (b) 本文细节图

图5 细节效果对比图

4.2 本文算法结果

壁画图像的修复一般通过人工添加破损区域，再进行定量分析。因此对永乐宫壁画人为添加破损区域，以对比修复结果与原始壁画，从而判断改进算法的优劣。选取2幅完好的永乐宫壁画，人为添加破损区域，再采用本文改进后的算法进行壁画修复实验，结果如图6、图7和表2、表3所示。永乐宫壁画人物较多，服饰各样，因此选取了衣袖局部图和裙摆局部图，图中可以发现，Criminisi 算法的修复结果中壁画服饰纹理出现明显断裂，而本算法对于衣纹区域的修复效果较好，修复后的壁画服饰纹理得到了较为连贯的线条，与原壁画的相似度更高；从表中可以看出，时间（ T ）变短，峰值信噪比（PSNR）和结构相似度（SSIM）有所提高，这表明改进后的算法有效避免了错误填充问题，能保证壁画纹理结构的稳定性，修复后的壁画轮廓结构更流畅，修复图像更自然。



(a) 衣袖原图 (b) 破损图像



(c) 传统 Criminisi 算法 (d) 本文算法

图6 衣袖修复效果对比图

表 2 图 6 定量分析对比表

算法	PSNR	SSIM	T/s
传统 Criminisi 算法	29.08	0.975 19	1 892.2
本文最终算法	31.88	0.980 19	1 205.8



(a) 裙摆原图 (b) 破损图像



(c) 传统 Criminisi 算法 (d) 本文算法

图 7 裙摆修复效果对比图

表 3 图 7 定量分析对比表

算法	PSNR	SSIM	T/s
传统 Criminisi 算法	35.44	0.984 66	4 056.4
本文最终算法	38.63	0.988 52	3 069.6

5 结语

本文针对传统 Criminisi 算法中优先权函数和样本块间的相似度的不足,提出了一种针对永乐宫壁画的 Criminisi 壁画修复算法。该方法用形态学梯度优化优先权函数,克服了置信项和数据项变为 0 的情况,更多地考虑壁画待修复边缘信息;在进行寻找相似的样本块时,引入局部颜色直方图,避免忽略较小部分的破损。大量的实验表明,与传统的 Criminisi 算子相比,本文方法能够更好地对永乐宫壁画修复。今后将进行深度神经网络的壁画修复研究。

参考文献:

[1] 武昊静. 壁画的保护与修复:以永乐宫壁画为例[J]. 山西科技, 2020,35(3):129-131.

[2] 张靖爽. 永乐宫壁画的保护与修复研究[J]. 文物鉴定与鉴赏, 2021(11):76-78.

[3] 李丽,高若婉,梅树立,等. 基于 Shannon-Cosine 小波精细积分法的壁画降噪修复方法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2019,46(3):279-287.

[4] 王凤随,刘正男,付林军. 基于信息熵和梯度因子的改进 Criminisi 图像修复方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(22): 101-110.

[5] 陈永,陈锦,艾亚鹏,等. 基于边缘缺失重构和改进优先权的壁画图像修复[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(24): 231-240.

[6] 陈永,艾亚鹏,陈锦. 基于信息熵和结构特性的敦煌壁画修复算法[J]. 激光与光电子学进展, 2020,57(12):234-252.

[7] WANG H, LI Q Q, JIA S. A global and local feature weighted method for ancient murals inpainting[J]. International journal of machine learning and cybernetics,2020,11:1197-1216.

[8] 陈莹,贾茜,漆为民,等. 基于改进 Criminisi 算法的中国古画修补系统[J]. 江汉大学学报(自然科学版), 2024, 52(2): 68-77.

[9] 曲美婷,冀轶卿. 基于区域分割和 DM642 的数字图像修复系统研究[J]. 现代电子技术, 2024,47(11):59-63.

[10] 李奇,李龙,王卫,等. 基于改进 Criminisi 算法的破损纺织品文物图像修复[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(16): 173-182.

[11] 吕伏,张文丽. 强化边缘结构的分段自适应图像修复算法[J]. 计算机应用研究, 2023,40(6):1900-1905.

[12] CRIMINISI A, PEREZ P, TOYAMA K. Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting[J]. IEEE transactions on image processing, 2004, 13(9):1200-1212.

【作者简介】

徐天芝(1991—),女,山西临汾人,硕士,讲师,研究方向:图像处理。

(收稿日期: 2025-04-28 修回日期: 2025-10-13)