

基于多测速多测距的交互多模型卡尔曼滤波算法

张鹏飞¹ 盛 琥^{1,2}

ZHANG Pengfei SHENG Hu

摘 要

针对战术弹道导弹实时跟踪问题,提出了一种基于多测速多测距的交互多模型不敏卡尔曼滤波算法。利用新一代分布式雷达系统测量的高精度主/副站距离和速度测元进行测元层融合,避免了雷达测量误差较大的方位和俯仰测元的引入。通过不敏卡尔曼滤波避免了对观测方程计算雅可比矩阵的复杂过程,并能够获得同比三阶泰勒展开的结果。算法采用匀速模型、匀加速模型和当前统计模型在内的交互多模型框架,能够持续跟踪导弹飞行,有效应对导弹关机点等轨迹跃变点带来的滤波突变。仿真算例验证了所提出的算法相较于传统算法在导弹飞行段具有较高的滤波精度,并且能够很好地适应目标的机动性,可为分布式雷达对战术弹道导弹的实时跟踪问题提供一种新的解决方案。

关键词

分布式雷达;多测速多测距;交互多模型;不敏卡尔曼滤波

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.06.032

0 引言

实时追踪战术弹道导弹是弹道导弹测量系统中至关重要的挑战。雷达技术作为关键的测量工具,已经经历了显著的演变,从早期的单一基地雷达发展到如今的分布式雷达系统,并从依赖合作式跟踪转向了更为先进的非合作式跟踪。分布式雷达系统以其多基点布站的特点,不仅增强了系统的整体生存能力,还显著提升了对目标状态的估计精度,满足了实战环境下对高精度跟踪技术的迫切需求。传统的合作式测量系统尽管能够通过几何关系直接计算弹道,但其精度有限^[1]。随着计算技术的进步,基于当前统计模型和不敏卡尔曼滤波(CS-UKF)的实时滤波技术已成为单基地雷达测量的主流方法^[2]。某试验中心提出了一主三副脉冲体制分布式雷达系统,并初步采用基于样条函数约束的EMBT事后融合处理方法进行了精度分析^[3]。在此基础上,本研究提出了一种创新的高精度滤波算法——多测速多测距交互多模型不敏卡尔曼滤波算法(multi-range multi-velocity interacting multiple model unscented kalman filtering algorithm, nRR-IMM-UKF)。该算法利用新一代分布式雷达系统提供的高精度距离和速度数据,绕开了误差较大的方位和俯仰测量。通过不敏卡尔曼滤波,该算法简化了观测方程的雅可比矩阵计算,实现了与三阶泰勒展开相当的精度。算法结合了匀速、匀加速和当前

统计模型,形成了一个交互式多模型框架,能够连续跟踪导弹的飞行路径,有效应对导弹关机等关键轨迹变化点。根据仿真结果分析:与传统的基于单基站雷达数据的卡尔曼滤波算法相比,nRR-IMM-UKF在实时跟踪战术弹道导弹方面展现出更出色的性能。

1 多测速多测距卡尔曼滤波算法

1.1 选择测元建立观测方程

分布式雷达系统测量示意图如图1所示,主站提供的测元的是距离 R 、径向速度 $\dot{R}$,以及方位角 A 和俯仰角 E 等测元;副站提供的测元是距离和 S 、距离和变化率 $\dot{S}$,以及方位角 A 和俯仰角 E 等测元。雷达角度测元系统误差的特性较复杂,不易表征,也不易在工程上消除;而雷达距离测元系统误差的特性简单,在工程上易于消除;雷达速度测元系统误差非常小,可以忽略。

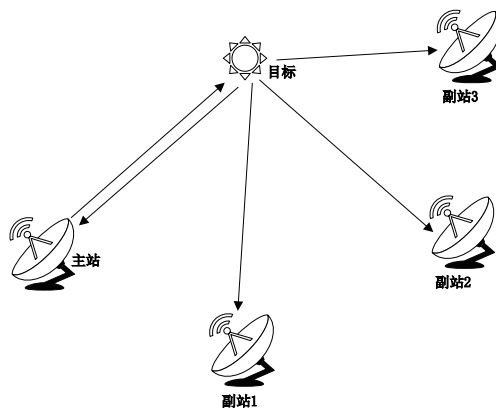


图1 分布式雷达测量示意图

1. 中国电子科技集团公司第三十八研究所 安徽合肥 230088

2. 江淮前沿技术协同创新中心 安徽合肥 230000

[基金项目] 江淮前沿技术协同创新中心追梦基金课题资助 (2023-ZM01K010)

因此,为提高滤波精度,本文采用多测速多测距方法,即采用各站的距离和速度测元直接建立观测方程为:

$$Z(k) = h_k(X(k)) + V(k) \quad (1)$$

式中: $Z(k)$ 为观测向量, $Z(k) = [R_0(k), \dot{R}_0(k), S_1(k), \dot{S}_1(k), S_3(k), \dot{S}_3(k), S_4(k), \dot{S}_4(k)]$, 其中的 $R_0, \dot{R}_0$ 为主站测量的斜距与斜距变化率, $S_i, \dot{S}_i$ 为副站的斜距和与斜距和变化率, $i = 1 \sim 3$, $X(k)$ 为状态变量, 此时 $X(k) = [x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, z, \dot{z}, \ddot{z}]$, $h_k(X(k))$ 是状态变量的非线性函数, 则对于各测元的观测方程为:

$$\begin{cases} R_0 = h_1(X) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} \\ \dot{R}_0 = h_2(X) = \frac{(x-x_0)\dot{x} + (y-y_0)\dot{y} + (z-z_0)\dot{z}}{R_0} \\ S_i = h_3(X) = R_0 + \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2} \\ \dot{S}_i = h_4(X) = \dot{R}_0 + \frac{(x-x_i)\dot{x} + (y-y_i)\dot{y} + (z-z_i)\dot{z}}{R_i} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $R_0, \dot{R}_0$ 为主站测量的斜距与斜距变化率, $S_i, \dot{S}_i$ 为副站的斜距和与斜距和变化率, $R_i = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ 为副站的斜距和, $i = 1 \sim 3$.

$V(k)$ 为观测向量的噪声序列, $R(k) = E(V(k)V^T(k))$. 各测元为独立变量, 则 $R(k) = \text{diag}(\sigma_{R_0}^2, \sigma_{\dot{R}_0}^2, \sigma_{S_1}^2, \sigma_{\dot{S}_1}^2, \dots)$, $i = 1, 2, 3$. σ 为各测元的误差标准差。

1.2 UKF

前节建立的观测方程是非线性方程, 传统的扩展卡尔曼滤波(EKF)需要泰勒展开近似非线性函数计算雅可比矩阵, 限制了估计效果和适用范围。不敏卡尔曼滤波(UKF)以UT变换为基础, 根据设计的sigma点经由非线性函数的传播, 计算出随机变量一阶、二阶统计特性的传播, 避免了求取繁琐的雅可比矩阵过程, 并可取得三阶泰勒展开的结果^[4]。其主要步骤为以下六步。

(1) 计算UT变换权重值

$$\begin{cases} w_0^m = \frac{\lambda}{n+\lambda} \\ w_0^c = \frac{\lambda}{n+\lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ w_i^m = \frac{1}{2(n+\lambda)}, i = 1, 2, \dots, 2n \\ w_i^c = \frac{1}{2(n+\lambda)}, i = 1, 2, \dots, 2n \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\lambda = \alpha^2(n - \kappa) - n$, α, β, κ 为UT变换参数, n 为状态变量的维数。

(2) 计算 Σ 点

$$\begin{cases} \zeta_{k-1|k-1}^0 = \hat{x}_{k-1|k-1} \\ \zeta_{k-1|k-1}^{i1} = \hat{x}_{k-1|k-1} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}}), i1 = 1, 2, \dots, n \\ \zeta_{k-1|k-1}^{i2} = \hat{x}_{k-1|k-1} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}}), i2 = n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases} \quad (4)$$

(3) 计算 Σ 点通过状态方程的传播

$$\begin{cases} \zeta_k^i = F_k \zeta_{k-1}^i + G_k \tilde{a}_k \\ \hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \zeta_k^i \\ P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (\zeta_k^i - \hat{x}_{k|k-1})(\zeta_k^i - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_{k-1} \end{cases} \quad (5)$$

(4) 计算 Σ 点通过量测方程对 x_k 的传播

$$\begin{cases} \zeta_k^0 = \hat{x}_{k|k-1} \\ \zeta_k^{i1} = \hat{x}_{k|k-1} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}}), i1 = 1, 2, \dots, n \\ \zeta_k^{i2} = \hat{x}_{k|k-1} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}}), i2 = n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases} \quad (6)$$

(5) 计算输出的一步预测方程

$$\begin{cases} \zeta_k^i = h_k(\zeta_k^i) \hat{x}_{k|k-1} \\ z_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^m \zeta_k^i \\ P_{z_k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (\zeta_k^i - \hat{x}_{k|k-1})(\zeta_k^i - \hat{x}_{k|k-1})^T + R_k \\ P_{\hat{x}_k \hat{z}_k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (\zeta_k^i - \hat{x}_{k|k-1})(\zeta_k^i - \hat{z}_{k|k-1})^T \end{cases} \quad (7)$$

(6) 滤波更新

$$\begin{cases} K_k = P_{\hat{x}_k \hat{z}_k} P_{z_k}^{-1} \\ \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \\ P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k P_{z_k}^{-1} K_k^T \end{cases} \quad (8)$$

式中: K_k 是滤波增益阵。

1.3 交互多模型框架和模型选择

战术弹道导弹的飞行阶段包括主动段、自由段和再入段。对其进行连续精确跟踪是弹道跟踪任务的一大难点。基于单一模型的滤波器在导弹关机点容易产生较大估计误差, 甚至丢失目标。针对这一问题, 基于多模型集的交互式多模型算法(IMM)是一种有效的解决途径。IMM算法具有自适应的特点, 能够有效地调整各个模型或模型集的概率, 适用于对机动目标的定位跟踪, 尤其是跟踪过程目标运动模型存在模型突变或加速度突变, 以及模型中存在未知参量的跟踪系统^[5]。其滤波原理如图2所示。

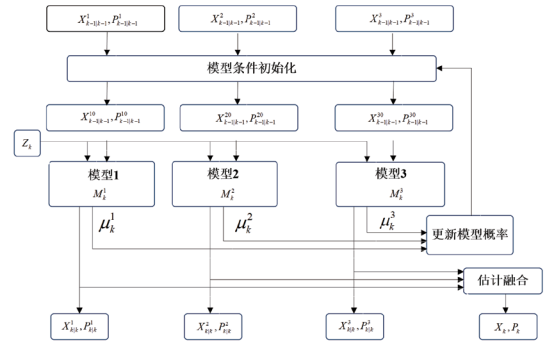


图2 IMM滤波框架工作原理示意图

本文联合使用匀速(CV)模型、匀加速度(CA)模型和当前统计(CS)模型, 共三种模型^[6]。

(1) CV模型

匀速运动模型, 令 $(\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))^T = w(t)$, 其中 $w(t)$ 为量级较小的白噪声。记 T 为时间采样间隔, 则其离散形式CV模型如下:

$$X(k+1) = F(k)X(k) + \Gamma W(k) \quad (9)$$

式中: $X(k) = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T$, $F_i = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\Gamma_i = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$, $E[W(k)W^T(k)] = q$, $F = \text{blkdiag}(F_1, F_2, F_3)$, $\Gamma = \text{blkdiag}(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3)$ 。

(2) CA模型

匀加速模型将加速度建模为一个独立增量过程, 即 $(\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))^T = w(t)$ 。记 T 为采样间隔, 则其离散形式CA模型为:

$$X(k+1) = F(k)X(k) + \Gamma W(k) \quad (10)$$

式中: $X(k) = [x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}, z, \dot{z}, \ddot{z}]$, $F_i = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,
 $\Gamma_i = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix}$, $E[W(k)W^T(k)] = q$, $F = \text{blkdiag}(F_i, F_i, F_i)$,
 $\Gamma = \text{blkdiag}(\Gamma_i, \Gamma_i, \Gamma_i)$.

(3) CS 模型

CS 模型针对的是加速度在一定范围内的机动目标, 假设目标下一时刻的加速度服从修正的瑞利分布, 均值为当前加速度的预测值。它在估计目标状态的同时还可以辨识出机动加速度均值, 从而实时地修正加速度分布, 并且反馈到下一时刻的滤波增益中去。

CS 模型的数学模型为:

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = \bar{a} + a(t) \\ \dot{a}(t) = -\alpha a(t) + w(t) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\bar{a}$ 为目标机动加速度的均值, 其在每个采样周期中认为是一个常数, $a(t)$ 为零均值加速度色噪声; α 是机动时间常数的倒数, 也即目标机动频率, 其为正数; $w(t)$ 为零均值白噪声。

设目标运动状态方程为:

$$X(k+1) = F(k)X(k) + G(k)\bar{a} + V(k) \quad (12)$$

$$\text{式中: } F = \begin{bmatrix} 1 & T & (\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})/\alpha^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-\alpha T})/\alpha \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}, \quad G(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha}(-T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha}) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix},$$

$V(k)$ 是离散时间白噪声序列, 且:

$$Q(k) = E[V(k)V^T(k)] = 2\alpha\sigma_m^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{21} & q_{21} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: α 是自相关时间常数, σ_m^2 是机动加速度方差, $a_{\max}$ 和 $a_{\min}$ 是修正的瑞利分布参数, 取值为:

$$\sigma_m^2 = \begin{cases} \frac{4-\pi}{\pi} [a_{\max} - \bar{a}]^2, (\bar{a} > 0) \\ \frac{4-\pi}{\pi} [\bar{a} - a_{\min}]^2, (\bar{a} < 0) \end{cases} \quad (14)$$

2 仿真算例

基于上述高精度滤波算法, 仿真验证滤波精度。首先是仿真实验弹道, 假设战术弹道导弹弹道飞行距离大于 600 km, 最大射高 175 km, 使用某软件模拟生成弹道轨迹。仿真弹道参数曲线如图 3 所示。雷达布站基于一主三副脉冲体制分布式雷达系统仿真, 假设星形布站, 主站布在弹发点附近, 主站和副站之间的基线长度为 60 km、100 km、60 km, 主站雷达距离发射点约 34 km, 能够尽早发现目标并且尽早进入高精度测量。最终生成雷达主站, 副站站点关系和弹道轨迹如图 4 所示。其中圆圈符号为主站, 叉符号为副站, 实线为战术导弹轨迹, 虚线为滤波航迹, 导弹轨迹和滤波航迹基本重合。

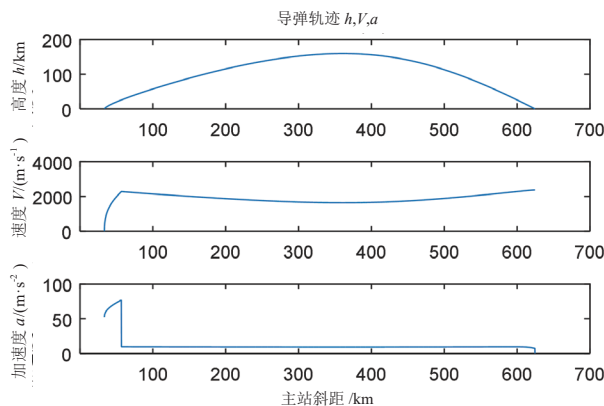


图 3 仿真弹道参数曲线

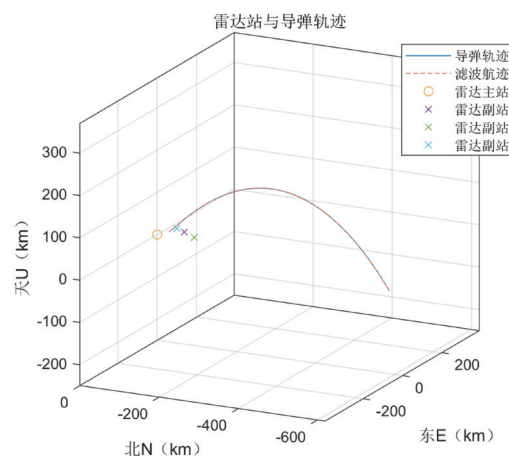


图 4 雷达布站, 导弹真实轨迹与滤波航迹对比图

本文定义解析估算 / 滤波误差均值:

$$\bar{e}_x(k) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [x_i(k) - \hat{x}_i(k|k)] \quad (15)$$

定义滤波误差的均方根为:

$$\sigma_{\hat{x}}(k) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [x_i(k) - \hat{x}_i(k|k)]^2 - [\bar{e}_x(k)]^2} \quad (16)$$

定义滤波总误差为:

$$E_{\hat{x}}(k) = \sqrt{[\sigma_{\hat{x}}(k)]^2 + [\bar{e}_x(k)]^2} \quad (17)$$

式中: M 为蒙特卡洛模拟次数。本文采用 100 次蒙特卡洛仿真。

坐标和速度合成误差的表达式为:

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} \\ \varepsilon_v = \sqrt{\varepsilon_{\dot{x}}^2 + \varepsilon_{\dot{y}}^2 + \varepsilon_{\dot{z}}^2} \end{cases} \quad (18)$$

假设系统误差已经消除, 各站测元随机误差分配表如表 1 所示。

表 1 分布式雷达各站测元误差分配表

站点	测元	参数	测距误差 /m	测速误差 /(m·s ⁻¹)
主站	$R, \dot{R}$	随机误差	6	0.1
副站 1	$s, \dot{s}$	随机误差	6	0.1
副站 2	$s, \dot{s}$	随机误差	6	0.1
副站 3	$s, \dot{s}$	随机误差	6	0.1

图5为X、Y、Z方向坐标和总合成坐标的滤波误差均方根示意图,图6为X、Y、Z方向速度和总合成速度的滤波误差均方根示意图。虚线为传统算法,实线为新算法。如图5、图6所示,相比传统算法,新算法在整个导弹飞行段具有较高的滤波精度,也可以很好地适应目标的机动性。按照主站测量导弹的斜距 R 来划分,这里分三段进行讨论:35~100 km,100~400 km,400~600 km。各段仿真结果误差统计结果如表2和表3所示。

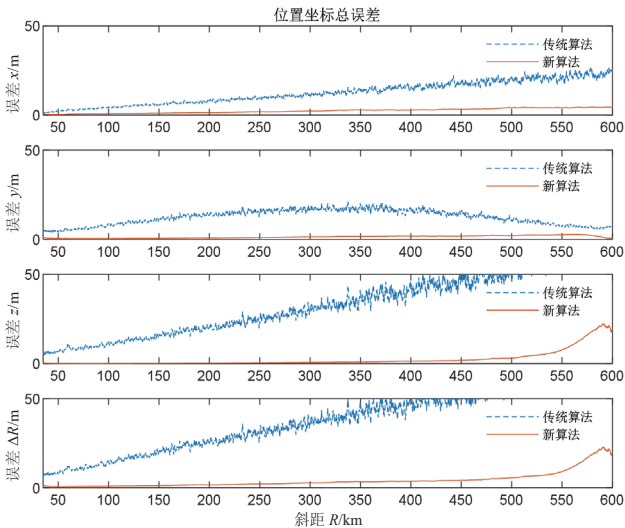


图5 坐标定位误差

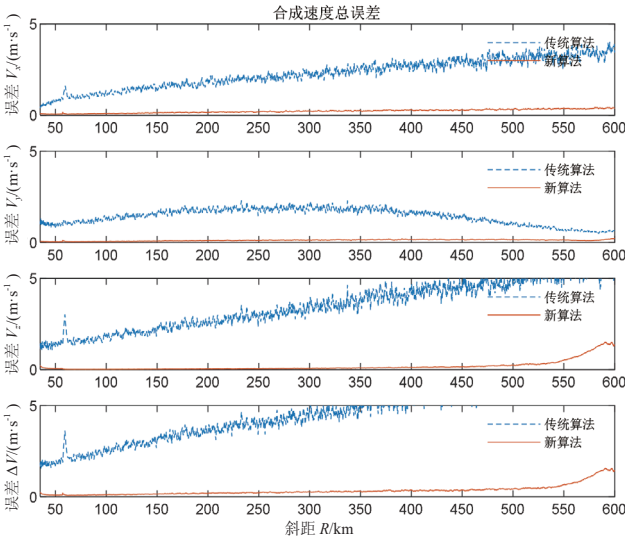


图6 速度误差

表2 弹道坐标总误差统计值

斜距 /km	35 ~ 100	100 ~ 400	400 ~ 600
x	0.39	1.92	3.63
y	0.31	1.15	2.05
z	0.29	1.75	19.00
r	0.58	2.84	19.46

表3 弹道速度总误差统计值

斜距 /km	35 ~ 100	100 ~ 400	400 ~ 600
x	0.39	1.92	3.63
y	0.31	1.15	2.05
z	0.29	1.75	19.00
r	0.58	2.84	19.46

3 结语

本文聚焦于利用分布式雷达系统进行战术弹道导弹的实时追踪技术。在现有算法如nRR、CS-UKF、EMBT等的基础上,本文创新性地提出了一种新型算法——基于多测速多测距的交互多模型不敏卡尔曼滤波算法(nRR-IMM-UKF)。这一算法摒弃了传统依赖雷达测量的斜距、方位角和俯仰角的滤波方法,转而直接采用雷达提供的精确距离和速度数据。在交互多模型和不敏卡尔曼滤波的框架内,新算法展现出对战术弹道导弹进行有效实时跟踪的能力。通过仿真实验,验证了该算法与传统算法相比,在滤波性能上取得了显著提升。

参考文献:

[1] 宫志华,刘洋,陈春江.分布式雷达对非合作目标弹道测量精度分析[J].弹道学报,2017,29(3):43-48.

[2] 刘利生,吴斌,吴正容,等.外弹道测量精度分析与评定[M].北京:国防工业出版社,2010.

[3] 郭军海.弹道测量数据融合技术[M].北京:国防工业出版社,2012.

[4] LU P, EYKEREN L V, KAMPEN E J V, et al.Adaptive hybrid unscented kalman filter for aircraft sensor fault detection, isolation and reconstruction[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2014, vol.3. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014: 1436-1453.

[5] COOPERMAN R L. Tactical ballistic missile tracking using the interacting multiple model algorithm[C]// Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion. Piscataway: IEEE, 2002: 824-831.

[6] 刘也.弹道目标实时跟踪的稳健高精度融合滤波方法[D].长沙:国防科学技术大学,2011.

【作者简介】

张鹏飞(1991—),男,河南周口人,博士,工程师,研究方向:雷达数据处理。

(收稿日期:2024-03-27)