

一种基于蒙特卡洛的机载测高算法

郭牧欣¹ 孟悦¹ 李正军¹ 李凤¹

GUO Muxin MENG Yue LI Zhengjun LI Feng

摘要

雷达高度表作为重要的微波遥感器件,由于其全天候、全时段特性,在地形探测等方面备受关注。机载雷达高度表具有较高的机动性,在实际探测中使用广泛。随着探测场景复杂度的提升,对雷达高度表测量精度也有较高的要求。现阶段提升测量精度的主要方法有对场景进行精准建模、使用参数估计算法。对传统参数估计算法而言,受步长影响,在估计过程中容易陷入局部最优,且随着参数维度的增高,只能求解低维参数的传统算法,难以获得较为精确的估计结果。因此,为了满足现阶段测量精度的需求,需要使用一种高精度参数估计算法。针对雷达高度表传统参数估计算法在面对参数的高维特性时会出现过拟合的情况,提出一种新颖的基于近端算子的哈密顿蒙特卡洛算法(proximal hamiltonian monte carlo, PHMC)。通过面元仿真数据进行测试,并使用了提出的算法与多种传统算法进行对比,证明了所提出算法的参数估计能力优于传统参数估计算法。

关键词

参数估计算法; Brown 模型; 机载雷达高度表; 哈密顿蒙特卡罗(hamiltonian monte carlo, HMC); 近端算子

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.04.021

0 引言

随着科技的发展,空间技术成为了人类研究的重点。而其中对地球的探测技术也在稳健发展^[1]。目前探测手段主要分为:(1)光学探测;(2)微波探测。在天气不佳,如云雾遮挡、视野不良等情况下,光学探测手段难以发挥其应有的效果。雷达高度表作为一种微波遥感器件,相较于光学探测手段而言,具有全天候、全时段、高机动的特点,这使得雷达高度表在探测领域越来越受重视^[2]。高度表作为飞行平台的关键设备之一,可完成如高度控制、地形匹配等工作^[3]。尤其是在机载载荷平台,高度表应用逐渐广泛。而测量精度作为高度表最重要的参数指标,是各项应用的重要基石。机载平台的多样化以及探测任务的复杂化,对于高度表测高精度提出了更高的要求。在这一背景下,如何提升测高精度成为了研究重点。现阶段提升测高精度可通过精准建模、重追踪、使用参数估计算法等方式,最终反演出所需参数,达到提升测高精度的目的。本文就参数估计算法展开研究。

雷达高度表参数估计算法从 20 世纪 80 年代开始发展至今已 40 余年,从最初基于回波的重追踪算法到基于物理参数模型的最小二乘算法,再到现在基于统计学算法,雷达高度表参数估计精度逐渐提升,鲁棒性也在逐渐增强。

1986 年, Wingham 处理 ERS1 高度表数据,提出了 OCOG 算法^[4]。OCOG 是一种重追踪算法,该算法通过将接收回波与等效矩形进行匹配,完成对高程参数的估计。

1997 年, Davis 针对大陆性冰盖回波重追踪提出了阈值法^[5],可针对环境变化调整阈值,达到重追踪修正的目的。该算法首先通过波形确定最大振幅,然后取波形前沿部分作为噪声功率,其次通过计算将最大振幅减去噪声功率,并对不同场景的波形设置不同的阈值,最终通过查找,将大于阈值的第一个整数波门作为对应高程参数。该算法可针对不同场景调节阈值来达到重追踪的目的。缺点是对于不同地形,需设置不同阈值,鲁棒性差,且不同场景阈值设置为经验值。

2002 年,中国科学院王志森针对典型重追踪算法鲁棒性较差的问题,通过分析高度表回波模型并结合波形拟合法,提出了 LMM 高度表重追踪算法^[6]。

2010 年, Maya 针对海湾、小型岛屿以及远海探测提出了重心偏移一阈值法^[7],在阈值法的基础上进行改进。

随着优化算法的发展,部分优化算法被应用到重追踪过程中,通过构建雷达高度表回波与波形参数模型的损失函数,并用优化算法如 LS 算法进行优化,最终求解出高程参数^[8]。

传统参数估计算法受步长等因素限制存在,步长过大容易出现估计精度低的问题,若步长过小可能导致计算量过大且会陷入局部最优。随着数据量及数据维度的增加,传统参数估计算法在面对数据的高维特性时,会出现过拟合的情况,

从而导致参数估计精度下降。传统的点估计算法，如最大似然、最大后验概率等，其获得的估计值是静态的，没有一个解析的参考误差区间，算法通过对参数的稀疏特性进行建模，使用拉普拉斯分布对该特性进行建模，并使用分层贝叶斯的方式，将稀疏先验分布函数拆分成与高斯型似然函数共轭的复高斯分布与伽马分布，最终获得了参数闭合形式的后验分布函数。为解决传统参数估计算法在面对高维后验分布函数时难以得到解析解的问题，采用流行的哈密顿蒙特卡罗（HMC）方法，对后验分布函数进行采样。而在 HMC 系统中，通过后验分布函数获得的能量函数不满足可做条件，通过引入近端算子提供次梯度，完成参数估计过程。

1 高度表工作原理及雷达回波模型

脉冲雷达高度表通过发射天线向待探测物体发射周期性脉冲信号，接着通过接收天线将含有目标信息的雷达回波接收。天线足迹内脉冲接触到物体后，通过后向散射的形式返回接收天线；接收到的信号通过接收链路进行信号处理，得到可直接使用的中频信号。通过对该信号进行重跟踪处理，可获得高程信息如地对地距离。雷达高度表工作原理如图 1 所示。

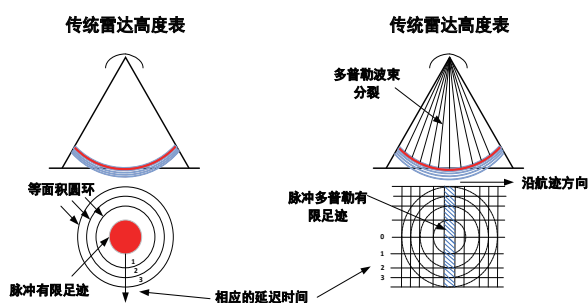


图 1 雷达测高原理

相较于传统雷达高度表，延迟 / 多普勒雷达高度表最大的不同是在顺轨方向上进行了合成孔径技术处理，从而提升测量精度与方位向分辨率。而该技术的核心是延迟校正算法。延迟 / 多普勒高度表通过全去斜、顺轨向波束锐化（方位向傅里叶变换）、延迟校正、距离向压缩后得到的一维距离向回波相较于传统雷达高度表所得一维距离像距离向分辨率更高。

Brown 在 1977 年基于物理光学理论，在主要假设的基础上，导出了近垂直入射条件下的雷达高度表的脉冲响应和平均后向散射功率关系^[9]。函数 $P_{FS}(t)$ 与后向散射截面、天线增益及雷达到反射面距离有关。 $P_{FS}(t)$ 所指的平均平坦表面为一个脉冲所能照明的范围，假设其粗糙度很小，但在每单位散射面积内具有相同的后向散射截面，同时将其作为真实地面来理解。Brown 提出：粗糙表面脉冲响应 $S(t)$ 可由偶平坦表面脉冲响应 $FSIR(t)$ ，表面起伏概率密度函数 $PDF(t)$ 与雷达点目标相应 $PTR_r(t)$ 卷积求得，粗糙面的平均脉冲响应

$P_r(t)$ 可以用反射点高度的概率密度 $q(t)$ 和平均平坦表面的脉冲响应 $P_{FS}(t)$ 的卷积求得^[10]。

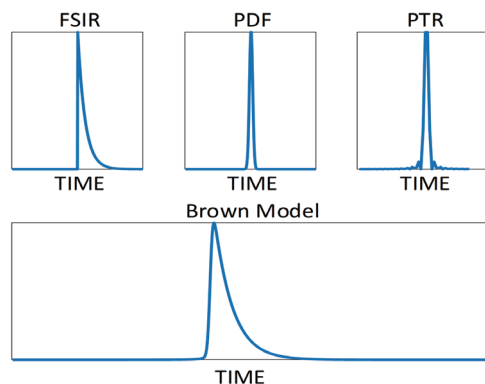
$$S(t) = P_r(t) * PTR_r(t) = FSIR(t) * PDF(t) * PTR_r(t) \quad (1)$$

最终通过三项卷积所得的回波模型结果为：

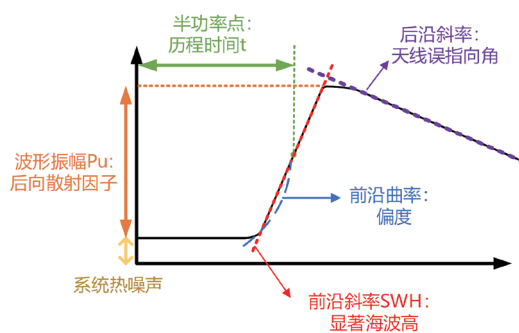
$$s(t) = \frac{P_u}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t - \tau_s - \alpha \sigma_c^2}{\sqrt{2} \sigma_c} \right) \right] \exp \left[-\alpha \left(t - \tau_s - \frac{\alpha \sigma_c^2}{2} \right)^2 \right] \quad (2)$$

式中： P_u 为雷达功率， $\tau_s = 2\tau/c$ 为回波延时，单位为秒。 $\sigma_c = (H/2c)^2 + \sigma_p^2$ ， $\operatorname{erf}(\cdot)$ 为高斯误差函数。 α 、 σ_p 为已知参数。

通过图 2 (b) 可知，在对雷达回波进行参数估计时，可通过回波的前沿获得测高参数 τ ，由前沿斜率可获得待测表面起伏的参数 τ ，以及通过回波峰值 H 可获得回波功率 P_u 。本文主要测量的高程参数为历元时间 τ ，故仿真中假定 $H=1$ 以及 $P_u=1$ 。为简化计算，将本应为 sinc 函数的 PDF 函数近似用高斯函数代替。FISR、PDF 以及 PTR 三项卷积可获得 Brown 模型，为后续匹配提供模型。



(a) Brown 模型三项卷积所得波形



(b) Brown 模型三项卷积结果

图 2 Brown 模型数学模型

本节提出一种基于统计贝叶斯的方法：通过引入可表征目标特性的先验分布并对噪声进行建模^[11]。使用贝叶斯公式将似然函数与参数的先验函数联系在一起，以获得目标参数的后验概率密度函数。

$$f(X|Y) = \frac{f(X)f(Y|X)}{f(Y)} \quad (3)$$

式中： $f(X|Y)$ 表示联合后验分布函数； $f(X)$ 为参数的先验函数； $f(Y|X)$ 为似然函数，其表示各项参数与观测信号的统计学关系； $f(Y)$ 表示观测信号的先验分布函数。在本文中，所有未知参数都认为是随机量并赋予概率分布。通过引入稀疏先验分布^[12] 函数 $f(\theta|\omega)$ 来表征待估计参数的特定特性。接着雷达观测信号 Y_i 可表示成与似然函数 $f(Y|\theta, \sigma^2)$ 相关的随机过程。后续将所获得的关于参数 θ 的后验分布函数，通过分层贝叶斯的方式将高维分布函数拆分成有闭合解的分布函数，即可通过优化算法对其进行计算。

2 基于近端算子修正的哈密顿蒙特卡洛方法

传统优化算法如牛顿法等都是解决小范围内无约束平滑优化问题的强有力工具；而相对的，近端算法^[13] 可被视为解决大规模、非平滑、有约束下的优化问题最优解。在面对目前涉及的海量和高维数据的问题，该算法相较于传统算法来说适用性更强。近端算法是确定目标函数的近端算子，该算子本身涉及解决小范围内的凸优化问题，该问题可抽象为将一个点投影到一个凸集上的问题，而该类问题都有闭合式的解决方案或有专门的方法快速解决。近端算子几何意义表示为在约束集上找到一点，使得函数的值最小且距离点最近^[14]。近端算子定义如下：

$$\text{prox}(x) = \arg \min_v (u(x) + \frac{1}{2\mu} \|v - x\|_2^2) \quad (4)$$

式中： λ 表示近端算子的尺度因子。上文中的不可微能量函数可拆分为：

$$U(x) = G(x) + u(x) \quad (5)$$

式中： $G(x)$ 表示平滑可微函数。而 $u(x)$ 表示不可微函数，此时求解函数 $u(x)$ 的近端算子为：

$$\text{prox}_{\mu f}(x) = \arg \min_v [\frac{\|x\|_1^2}{2\varepsilon^2} + \frac{1}{2\mu} \|v - x\|_2^2] = s_{\mu}(x) \quad (6)$$

式中： v 表示为参数 x 的代替值， $\|\cdot\|$ 表示为 l_1 范数。

3 实验结果

本节主要介绍基于雷达高度表仿真回波数据的算法验证。仿真模型原理由图 2 (b) 所示，当固定好地面参数后，通过使用面元仿真的方式，将天线足迹内探测区域分为多个小面元，并经同一距离门下小面元能量叠加，最终获得当前场景下的雷达回波一维距离像。但由于回波波形表面存在大量毛刺，与 Brown 模型匹配时可能存在匹配不上的问题，最后通过进行平滑处理后获得的雷达高度表仿真数据如图 3 所示。由图 3 可知，在对历元时间进行参数估计时需使得模型前沿与回波匹配上，通过添加平滑处理后，回波与模型在前沿的匹配效果更加好，最终通过遍历匹配历元时间获得此时的 $\theta_{\text{real}}=251$ ，为后续参数估计提供真值。

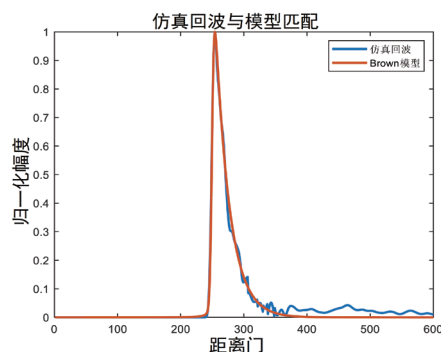
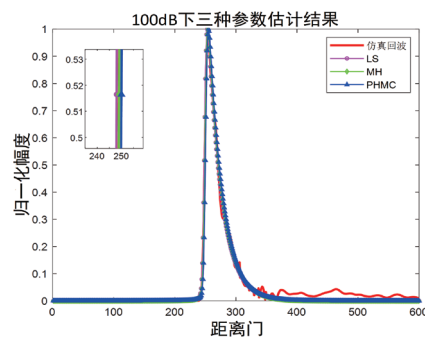
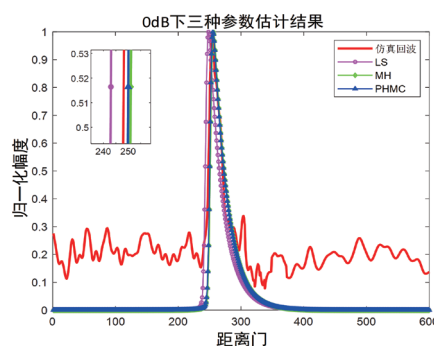


图 3 仿真回波与 Brown 模型匹配结果

为了验证提出的 PHMC 算法的有效性，本文使用传统最小二乘算法与 MH 算法进行结果对比。为验证在不同信噪比下所提出算法的有效性，本文产生了两种不同信噪比下的仿真数据 (100 dB 以及 0 dB)。为了验证算法的鲁棒性，本文验证了不同初值下三种算法收敛结果；本文中提出使用两种指标参数来对参数估计算法性能进行定量评估：估计偏差 (Bias) 以及均方根误差 (RMSE)。三种参数估计算法在无噪声 (100 dB) 以及 0 dB 条件下对仿真回波进行了参数估计。在无噪声条件下，三种算法的估计结果对比如图 4 (a) 所示。



(a) 100 dB 三种算法估计结果



(b) 0 dB 三种算法估计结果

图 4 不同信噪比下各种算法估计结果

图 4(a) 中直线代表仿真回波。圆形线代表基于最小二乘算法的估计结果，菱形线代表 MH 算法估计结果，三角线代表所提出的 PHMC 算法的估计结果。通过直观观察三种参数估计算法估计结果近似，放大回波前沿可发现，所提出的 PHMC 算法与 MH 算法相比仿真回波拟合程度更高，在估计性能上更优于 LS 算法。定性分析如表 1 所示。MH 算法与

PHMC 算法精度都优于 LS 算法, 而 MH 算法与 PHMC 算法精度相当。通过计算可得出 PHMC 算法在无噪声条件下相较于传统算法精度提升 52%。

在 0 dB 下使用三种算法进行参数估计, 其估计结果如图 4 (b) 所示, 信噪比降低背景噪声提升, 对波形的上升沿与下降沿有部分影响, 更符合实际情况。从图 4 中可直观观测出在低信噪比情况下, 所提出的 PHMC 算法相较于高信噪比时估计结果存在偏差, 但相较于传统最小二乘算法, PHMC 算法估计精度更高。在低信噪比下, PHMC 算法相较于最小二乘算法, 估计结果精度更高。通过计算可知, PHMC 算法相较于 LS 算法精度提升了 36.36%。

由表 1 所示, 在不同信噪比下, 所提出 PHMC 算法参数估计的精度均高于传统最小二乘算法; 在算法复杂度上, MH 算法为未优化的马尔可夫链算法, 通过遍历所有可能性获得更优解, 其复杂度较高, 而 PHMC 复杂度较低, 在获取到与 MH 算法精度相当的结果时, 其所需时间更短。故在计算精度以及复杂度上, 所提出的 PHMC 算法都优于其他参数估计算法。

表 1 不同信噪比下各种算法定量估计结果
(a) 100 dB 下三种算法估计结果定量分析

	估计偏差	RMSE
LS	-1.5	0.574
MH	0.69	0.248
PHMC	0.72	0.253

(b) 0 dB 下两种算法估计结果定量分析

	估计偏差	RMSE
LS	1.11	0.377
MH	0.38	0.155
PHMC	0.36	0.152

4 总结

雷达高度表作为一种遥感探测仪器, 由于其优秀的全天候、全时段特性, 常被用作飞行平台关键设备。随着探测场景复杂度的提升, 对雷达高度表测量精度也有较高的要求。可通过对探测场景精准建模以及使用参数估计算法等手段提高雷达高度表测量精度。本文基于可表征雷达高度表回波模型的 Brown 模型, 从参数估计算法入手, 提出了一种基于近端算子哈密顿蒙特卡洛的机载雷达高度表参数估计算法。并使用仿真回波对算法进行验证, 使用最小二乘算法与 MH 算法作为对比, 验证了本文提出算法的有效性。

参考文献:

[1] 姜景山. 空间科学与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
[2] 乌拉比, 穆尔, 冯健超. 微波遥感 [M]. 北京: 科学出版社, 1987.

[3] 朱启明. 雷达高度表设计理论基础 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
[4] WINGHAM D J, RAPLEY C G, GRIFFITHS H D. New techniques in satellite altimeter tracking systems[EB/OL]. (1986-11-01)[2024-02-02].<https://www.semanticscholar.org/paper/NEW-TECHNIQUES-IN-SATELLITE-ALTIMETER-TRACKING-Wingham-Rapley/1bb8b81c9fb0d7f57dc602fe3b2f401fd359902d>.
[5] DAVIS C H. A robust threshold retracking algorithm for measuring ice-sheet surface elevation change from satellite radar altimeters [J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 1997, 35(4): 974-979.
[6] 王志森. 成像高度计回波跟踪算法及若干关键技术研究 [D]. 北京: 中国科学院空间科学与应用研究中心, 2002.
[7] SINURAT MAYA E B, MABABN B, GAOL J L, et al. Waveform retracking analyses of altimetry satellite data around gulf, small islands, and deep waters in halmahera sea [J]. Jurnal ilmu dan teknologi kelautan tropis, 2010, 11(3): 793-807.
[8] CALLAHAN P S, RODRIGUEZ E J M G. Retracking of Jason-1 data [J]. Marine geodesy, 2004, 27(3-4): 391-407.
[9] BROWN G. The average impulse response of a rough surface and its applications [J]. IEEE transactions on antennas & propagation, 1977, 25(1): 67-74.
[10] Brown G S. A useful approximation for the flat surface impulse response [J]. Antennas & propagation IEEE transactions on, 1989, 37(6): 764-767.
[11] YANG L, ZHAO L, BI G, et al. SAR ground moving target imaging algorithm based on parametric and dynamic sparse Bayesian learning [J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 2016, 54(4): 2254-2267.
[12] YANG L, ZHAO L, ZHOU S, et al. Sparsity-driven SAR imaging for highly maneuvering ground target by the combination of time-frequency analysis and parametric Bayesian learning [J]. IEEE journal of selected topics in applied earth observations and remote sensing, 2017, 10(4): 1443-1455.
[13] COMBETTES P L, DÜNG Đ, VŨ B C. Proximity for sums of composite functions [J]. Journal of mathematical analysis and applications, 2011, 380(2): 680-688.
[14] CHAARI L, TOURNERET J Y, CHAUX C, et al. A hamiltonian monte carlo method for non-smooth energy sampling [J]. IEEE transactions on signal processing, 2016, 64(21): 5585-5594.

【作者简介】

郭牧欣 (1996—), 男, 陕西汉中, 硕士, 助理工程师, 研究方向: 机载网络、雷达算法。

(收稿日期: 2024-03-19)