

基于 WSNM-RPCA 的图像降噪算法

王月轮¹ 廖 亮¹ 周至恺¹ 邱 枫¹ 魏平俊¹

WANG Yuelun LIAO Liang ZHOU Zhikai QIU Feng WEI Pingjun

摘 要

通常情况下, 鲁棒主成分分析 (RPCA) 在数据矩阵的正部分条目被任意损坏, 或是缺少部分条目的情况下, 依然可以恢复数据矩阵的主成分, 但 RPCA 中采用核范数最小化 (NNM), 往往会过度缩小秩分量, 限制了分离的质量, 因此使用加权 Schatten-p 范数的最小化 (WSNM) 来代替核范数的最小化, 以取得更好的低秩逼近效果。灰度图像和彩色图像均可以用低秩矩阵去近似, 因此可以用基于 WSNM 的 RPCA 模型来对含有随机噪声的图像进行恢复。经实验验证, 与基于核范数的 RPCA 相比, 基于 WSNM 的 RPCA 模型可以更有效地提高降噪的效果。

关键词

鲁棒主成分分析; 加权 Schatten-p 范数最小化; 基于 WSNM 的鲁棒主成分分析; 矩阵低秩近似; 图像降噪

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.03.018

0 引言

图像、视频、文本、生物信息等数据通常都满足“低秩+稀疏”的结构, 这些数据会因为噪声而受到破坏, 从这些存在噪声的观测值中恢复出低秩矩阵, 可以有较高概率恢复这些数据, 这就是矩阵的低秩近似 (LRMA)。现实世界中广泛存在着图像信息, 使用 RPCA 算法实现图像降噪作为一种最基本的图像处理方法, 对高级的视觉处理任务至关重要, 但已经有数据表明, 在存在测量噪声的情况下, RPCA 的恢复性能会下降, 恢复出的数据会出现严重偏离原始数据的现象, 因此要利用 Schatten-p 范数来实现低秩正则化。为了进一步提高低秩近似的性能, 本文采用加权 Schatten-p 范数最小化来处理数据, 它对不同的奇异值赋予不同的权重, 使得不同的秩分量可以受到更加灵活的处理, 可以更好地逼近 LRMA 问题。另外, 加权 Schatten-p 范数的最小化 (WSNM) 将加权核范数的最小化 (WNNM) 推广到了统一的低秩近似框架, WNNM 是 WSNM 的一个特例, 研究证明, 在一定的权值置换下, WSNM 可以转化为若干个非凸子问题, 对于这些子问题, 广义软阈值算法 (GST)^[1] 可以对其进行求解, GST 可以求解任意 p 值的非凸系数编码问题。与传统办法相比, GST 在应用中更具有普遍性, 理论推导更加可靠, 得到的解也更加精确。用 WSNM 来代替 NNM 去实现基于 WSNM 的 RPCA 算法 (WSNM-RPCA), 它可以用拉格朗日函数来进行求解, 在固定其他变量的同时, 利用交替方向

最小化技术 (ADMM) 去交替最小化每个变量, 对解进行优化。

1 算法理论与算法描述

对传统 RPCA 算法^[2]与基于 WSNM 的 RPCA 算法^[3]进行介绍。

1.1 RPCA 算法与核范数最小化 (NNM)

与传统的 PCA 相比, RPCA 算法可以从高度损坏的数据中分离出低秩成分和稀疏成分, 并且能够精确恢复出低秩成分, 它是一个具有强恢复保证的算法, RPCA 通过分解低秩矩阵和稀疏矩阵来恢复原始数据。为了将 RPCA 非凸模型转化为凸优化模型, 用 l_1 范数代替 l_0 范数, 矩阵核范数^[4-5]替代低秩矩阵的秩:

$$\min_{L,E} \|L\|_* + \lambda \|E\|_1, s.t. X = L + E \quad (1)$$

核范数最小化的目的是找到一个满足目标函数的低秩矩阵 X 以解决原始低秩矩阵近似问题 (LRMA):

$$\hat{X} = \arg \min_X \|X - Y\|_F^2 + \lambda \|X\|_* \quad (2)$$

这个凸问题来分离稀疏成分和低秩成分, 其中 $\|L\|_*$ 是核范数 (nuclear-norm, 即 L 的奇异值之和), 在一定条件下, 核范数可以完美恢复出低秩矩阵, 但在存在测量噪音等情况下, 核范数的恢复性能出现下降, 导致低秩矩阵分离的质量降低, 因此, 要利用加权 Schatten-p 范数最小化来实现低秩正则化。

1.2 加权 Schatten-p 范数的最小化 (WSNM)

加权 Schatten-p 范数被定义为奇异值 $(\sum_i \sigma_i^p)^{1/p}$ $s.t. 0 < p \leq 1$ 的 l_p 范数:

1. 中原工学院电子信息学院 河南郑州 450007

[基金项目] 中原工学院科研团队发展项目 (K2022TD001);

河南省杰出外籍科学家工作室 (GZS2022012)

$$\|X\|_{W,S_p} = \left(\sum_{i=1}^{\min\{n,m\}} \omega_i \sigma_i^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (3)$$

式中: $W=[\omega_1, \dots, \omega_{\min\{n,m\}}]$ 为非负矢量, σ_i 是 X 的第 i 个特征值, 那么矩阵 X 的 p 次方加权 Schatten- p 范数为:

$$\|X\|_{W,S_p}^p = \sum_{i=1}^{\min\{n,m\}} \omega_i \sigma_i^p = \text{tr}(W\Delta^p) \quad (4)$$

式中: W 和 Δ 均为对角矩阵, 其对角项分别为 ω_i 和 σ_i , 为了更好地逼近原始低秩矩阵近似 (LRMA) 问题:

$$\hat{X} = \arg \min_X \|X - Y\|_F^2 + \|X\|_{\omega,S_p}^p \quad (5)$$

找到一个矩阵 X , 令它能在 F 范数保真度和加权 Schatten- p 范数正则化下尽可能接近 Y , WSNM 算法引入了处理不同秩分量的灵活性, 令 Y 进行 SVD 分解: $Y=U\Sigma V^T$, $\Sigma=\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$, 那么 $X=U\Delta V^T$, $\Delta=\text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_r)$, 在一定的权值置换下, WSNM 可以由如下问题求解:

$$\min_{\delta_1, \dots, \delta_r} \sum_{i=1}^r \left[(\delta_i - \sigma_i)^2 + \omega_i \delta_i^p \right], i=1, \dots, r \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \delta_i \geq 0, \text{ and } \delta_i \geq \delta_j, \text{ for } i \leq j$$

根据文献 [3], (6) 可以被分解为 r 个独立的子问题:

$$\min_{\delta_i \geq 0} f_i(\delta) = (\delta_i - \sigma_i)^2 + \omega_i \delta_i^p, i=1, \dots, r \quad (7)$$

这些子问题可以通过广义软阈值算法 (GST) 进行有效求解:

$$\tau_p^{GST}(\omega_i) = (2\omega_i(1-p))^{\frac{1}{2-p}} + \omega_i p(2\omega_i(1-p))^{\frac{p-1}{2-p}} \quad (8)$$

根据文献 [1], 广义软阈值算子可以更好地求解 (5), 广义软阈值算子被定义为:

$$T_p^{GST}(y; \lambda) = \begin{cases} 0, & \text{if } |y| \leq \tau_p^{GST}(\lambda) \\ \text{sgn}(y) S_p^{GST}(|y|; \lambda), & \text{if } |y| > \tau_p^{GST}(\lambda) \end{cases} \quad (9)$$

它有唯一最小解 $S_p^{GST}(\sigma_i; \omega_i)$, 这个最小解可以通过以下等式来求解:

$$S_p^{GST}(\sigma_i; \omega_i) - \sigma_i + \omega_i p (S_p^{GST}(\sigma_i; \omega_i))^{p-1} = 0 \quad (10)$$

这样, 就可以求解出 WSNM 的高效解, 算法 1 描述了 WSNM 的求解过程。

算法 1: WSNM via GST

输入: $\{\omega_i\}_{i=1}^r, p$

输出: 矩阵 $\hat{X}$

1. $Y=U\Sigma V^T$, $\Sigma=\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$

2. **for** $i=1$ **to** r **do**

3. $\delta_r = \text{GST}(\sigma_r, \omega_r, p)$

4. **end**

5. $\Delta=\text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_r)$

6. $\hat{X}=U\Delta V^T$

1.3 WSNM-RPCA

图像降噪可以看作一个低秩矩阵分析问题, 可以用基于 NNM 的 RPCA (NNM-RPCA) 模型来表示为:

$$\min_{E,X} \|E\|_* + \|X\|_*, \text{s.t. } Y = X + E \quad (11)$$

为解决 RPCA 中过度平等处理低秩成分的问题, 用 WSNM 代替 NNM:

$$\min_{E,X} \|E\|_* + \|X\|_{\omega,S_p}^p, \text{s.t. } Y = X + E \quad (12)$$

它的增广拉格朗日函数为 [6]:

$$L(X, E, Z, \mu) = \|E\|_* + \|X\|_{\omega,S_p}^p + \langle Z, Y - X - E \rangle + \frac{\mu}{2} \|Y - X - E\|_F^2 \quad (13)$$

式中: Z 是拉格朗日乘子, μ 是一个正标量, 权重是 $\omega_i = C\sqrt{mn} / (\sigma_i(Y) + \varepsilon)$ 。根据交替方向最小化方法, 在固定其他变量的前提下, 可以通过交替极小化各个变量来求解增广拉格朗日函数。算法 2 描述了 WSNM-RPCA 的优化过程。

算法 2: WSNM-RPCA

输入: 观测数据 Y , 权重向量 ω , 权重 p

输出: 矩阵 A, E

1. 初始化: $\mu_0 > 0, \rho > 1, A=E=Z=0$
2. $E_{k+1} = \arg \min_E \|E\|_* + \frac{\mu_k}{2} \|Y + \mu_k^{-1} Z_k - A_k - E\|_F^2$
3. $A_{k+1} = \arg \min_A \|A\|_{\omega,S_p}^p + \frac{\mu_k}{2} \|Y + \mu_k^{-1} Z_k - E_{k+1} - A\|_F^2$
4. $Z_{k+1} = Z_k + \mu_k (Y - A_{k+1} - E_{k+1})$
5. $\mu_{k+1} = \rho * \mu_k$
6. $k = k+1$
7. 输出矩阵 A, E

2 实验和结果分析

为比较 WSNM-RPCA 在去噪方面的优势, 本文主要进行灰度图像和彩色图像两组对比实验, 分别用 RPCA 算法和 WSNM-RPCA 算法来对图像进行处理, 实验数据源自 Berkeley Segmentation^[7] 数据集, 本文选取了测试集中 10 幅灰度图和 10 幅彩色图像作为实验数据, 评价标准为峰值信噪比 (PSNR), 峰值信噪比值越大, 说明图像的去噪效果越好。图 1 为测试集中 Village 图像的降噪效果。



(a) 原图

(b) 噪声图



(c) RPCA (d) WSNM-RPCA

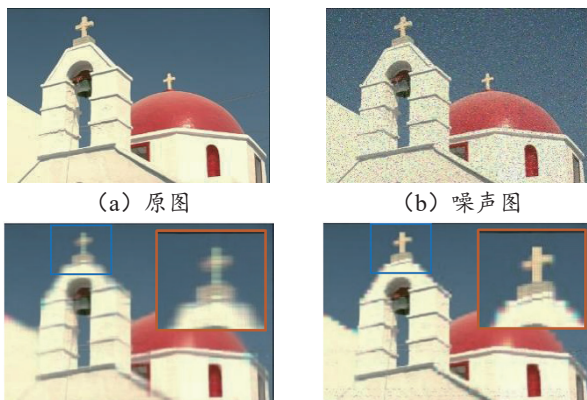
图1 灰度图像降噪效果展示

表1展示了两种算法对灰度图像进行降噪处理的PSNR值。

表1 灰度图像 PSNR 值

	1	2	3	4	5
RPCA	31.76	27.56	23.80	32.62	25.67
WSNM-RPCA	34.23	34.55	33.72	34.65	32.71
	6	7	8	9	10
RPCA	29.65	29.54	30.12	30.67	27.10
WSNM-RPCA	33.22	32.74	32.22	33.77	34.07

图2为测试集中 Chapel 图像的降噪效果。



(a) 原图 (b) 噪声图
(c) RPCA (d) WSNM-RPCA

图2 彩色图像降噪效果展示

表2展示了两种算法对彩色图像进行降噪处理的PSNR值。

表2 彩色图像 PSNR 值

	1	2	3	4	5
RPCA	25.18	22.36	25.33	27.52	24.33
WSNM-RPCA	26.48	22.87	25.75	28.35	25.73
	6	7	8	9	10
RPCA	25.90	28.31	27.50	23.61	24.03
WSNM-RPCA	27.72	28.78	27.66	25.66	25.62

由实验结果可知，在同样的参数环境下，WSNM-RPCA进行降噪后的PSNR值明显高于RPCA进行降噪后的

PSNR值。在视觉质量方面，WSNM-RPCA算法也明显优于RPCA算法。图1中，RPCA恢复出的图像亮度明显与原图不同，WSNM-RPCA的亮度比较接近原图，且图像更为清晰。图2中，WSNM-RPCA表现出了很好的恢复效果，并且恢复出的图像轮廓特征清晰，但RPCA算法恢复出的图像轮廓比较模糊，并且出现了一些伪影。综上，WSNM-RPCA在主观视觉评价和客观数值评价上都取得了更好的效果，具有更好的降噪能力。

3 结论

本文利用 Schatten-p 范数代替核范数，对不同的秩分量匹配不同的权重分量，实现加权 Schatten-p 范数的最小化，使重构后的低秩矩阵更接近原始数据的低秩矩阵，通过广义软阈值算法对 WSNM 问题进行有效求解，并分析了加权 Schatten-p 范数的最小化 (WSNM) 与核范数最小化 (NNM) 的区别，用 WSNM 替代 NNM 后使用 WSNM-RPCA 算法对图像进行处理，并使用增广拉格朗日算法对 WSNM-RPCA 进行求解，得到 LRMA 的最优解。为证明 WSNM-RPCA 的图像降噪能力，利用 WSNM-RPCA 算法对图像进行了降噪实验。实验数据说明，经过 WSNM-RPCA 算法处理的图像普遍得到了更高的 PSNR 值，WSNM-RPCA 算法比 NNM-RPCA 算法更具有普适性，对图像降噪效果也表现出了更明显的优越性。

参考文献:

- [1] ZUO, W M, MENG D Y, ZHANG L, et al. A generalized iterated shrinkage algorithm for non-convex sparse coding[C]//2013 IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway:IEEE,2013:217-224.
- [2] CANDÈS E J, LI X, MA Y, et al. Robust principal component analysis? [J]. Journal of the ACM (JACM), 2011, 58(3): 1-37.
- [3] XIE Y, GU S, LIU Y, et al. Weighted Schatten p-norm minimization for image denoising and background subtraction[J]. IEEE transactions on image processing, 2016, 25(10):4842-4857.
- [4] WONG W K, LAI Z, XU Y, et al. Joint tensor feature analysis for visual object recognition [J]. IEEE transactions on cybernetics, 2014, 45(11): 2425-2436.
- [5] ZHANG F, YANG J, QIAN J, et al. Nuclear norm-based 2-DPCA for extracting features from images[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2015, 26(10): 2247-2260.

交通标志的检测与识别方法研究综述

陈晗晗^{1,2,3} 王俊英^{1,2,3} 任肖月^{1,2,3}
CHEN Hanhan WANG Junying REN Xiaoyue

摘要

交通标志的检测与识别是当今目标检测领域一项较为关键的技术，在智能交通系统和辅助驾驶技术中发挥着重要作用。对交通标志检测与识别领域早期的传统方法和现阶段较流行的深度学习方法分别做了阐述和分析，相较于传统的交通检测和交通识别方法，基于深度学习的方法更能兼顾准确性和实时性，对于遮挡、光线变化、目标太小等情况有很好的鲁棒性。最后总结了国内外常用的交通标志数据集，并对深度学习方法在该领域的发展进行了展望。

关键词

交通标志的检测；交通标志的识别；深度学习；交通标志数据集

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.03.019

0 引言

随着经济的快速发展，汽车的普及给人们带来了便利，同时也增加了安全隐患。智能交通系统（intelligent traffic systems, ITS）^[1]将通信、检测、控制与计算机等技术有效地综合运用于整个交通运输管理体系，不仅可以减少交通事故的发生，还可以提高交通运输的运行效率和服务水平。交通标志的检测与识别作为其中不可或缺的一环，其重要程度不言而喻。交通标志识别系统在车辆行驶过程中，通过车载摄像头提取自然场景下的交通标志图像并对其进行检测和识别，将识别结果反馈给无人驾驶车辆或驾驶员，从而帮助其做出正确判断，大大地降低了交通事故发生率。

交通标志的检测和识别可以采用传统方法或深度学习的方法。

1 传统方法

1.1 交通标志检测

交通标志的检测是从车载摄像头采集到的图像中搜索可能包含交通标志的区域，并定位该区域的位置，为后续识别交通标志提供目标区域。传统的交通标志检测往往基于颜色特征或基于形状特征进行，也可以融合这两种特征进行检测。

1.1.1 基于颜色的交通标志检测

基于颜色的交通标志检测方法根据交通标志特定的颜色范围从颜色空间中提取可能的交通标志。常见的颜色空间有 RGB、HSI 和 HSV 等。RGB 与人的视觉系统直接相关，利用 RGB 颜色空间进行交通标志检测直观且处理时间短，不易受到距离和拍摄角度的干扰。20 世纪 80 年代，Akatsuka 等人^[2]利用在 RGB 颜色空间上为三通道分别设定阈值得到的二值化图像将目标对象从背景中分离出

1. 三峡大学水电工程智能视觉监测湖北省重点实验室
湖北宜昌 443002
2. 三峡大学湖北省建筑质量检测装备工程技术研究中心
湖北宜昌 443002
3. 三峡大学计算机与信息学院 湖北宜昌 443002

[6] DAUBECHIES I, DEFRISE M, DEMOL C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. Communications on pure and applied mathematics: a journal issued by the courant institute of mathematical sciences, 2004, 57(11): 1413-1457.

[7] MARTIN D, FOWLKES C, TAL D, et al. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological

statistics[C]//8th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV2001). Piscataway: IEEE, 2001:416-423.

【作者简介】

王月轮（1999—），女，河南邓州人，硕士研究生，研究方向：基于高阶 WSNM-RPCA 的算法实现。

（收稿日期：2024-01-04）