

基于增广切比雪夫算法的多模式城市智慧公共交通换乘时刻表协同优化研究

陈丹霞¹ 曾 鹏¹
CHEN Danxia ZENG Peng

摘 要

随着智慧交通系统的快速发展,实现城市轨道交通与公交服务的高效整合已成为紧迫的任务。这不仅影响到广大市民的出行体验,更关系到政府管理效能与乘客的出行效率。为确保乘客在多模式换乘过程中的出行体验,策略性地优化公交发车时间表,实现多模式城市公共交通的协同变得尤为重要。首先构建了一个双目标优化模型,在确保时刻表稳定性的同时,缩短乘客的换乘时间;然后引入并探讨了增广切比雪夫算法在多模式城市智慧公共交通换乘时刻表协同优化框架中的应用;最后为了对模型进行实证验证,选取了深圳地铁和公交的IC卡刷卡数据作为研究样本。通过与非支配排序遗传算法II(NSGA-II)的对比分析,研究结果指出,经过优化的增广切比雪夫算法在处理地铁与公交的互联互通优化问题上展现出了良好的性能和适应性。

关键词

智慧交通;多模式公共交通系统;换乘;多目标优化;增广切比雪夫算法

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.01.043

0 引言

随着全球城市化进程的不断加速,城市交通作为现代都市生活的重要组成部分,其优化与管理问题已经上升到了国家战略的高度^[1]。如何构建一个高效、便捷、绿色的城市交通体系,成为了各级政府和研究机构关注的焦点^[2-3]。而在这一体系中,多模式公共交通工具之间的无缝对接无疑是最为关键的一环。城市轨道交通系统的加速成网,有助于缓解城市交通的供需矛盾。在轨道交通建设的初期,城市轨道交通线路较少,里程短,仅覆盖部分乘客走廊,多模式公共交通系统尚未形成,传统公交仍是公共交通的主体。但随着城市轨道交通的进一步发展和公共交通的便利化,轨道交通线路数量逐渐增加,线路覆盖也变得更加广泛,因此,需要重点关注多模式公共交通系统的完整性和协调性,以实现不同出行方式的有效连接,避免公共交通系统内部的竞争。

在城市公共交通系统中,由于“点对点”的出行需求,乘客常需通过地铁与公交的换乘来完成出行。然而目前轨道交通与公交间的换乘设计存在诸多不足,如换乘距离过长、时间安排不合理等,导致换乘效率低下,无法满足乘客对高效服务的期望。鉴于大多数公交时刻表与轨道交通之间缺乏有效的协调,通过优化公交时刻表与轨道交通的配合可显著提高换乘效率。合理的公交调度和换乘设计不仅能提升乘客

满意度,还有助于完善轨道交通网络,提高运营效率并降低运营成本。

近年来,公共交通换乘优化问题已成为研究的热点。在单一交通方式内部的换乘优化方面,Kliwer等人^[4]提出了时空网络流模型探讨多站点、多车型的公交时刻表优化。Xu等人^[5]提出了乘客等待时间的概念,并提出了一个基于服务质量和能效的多目标调度优化方法。Castillo等人^[6]提出了使用时间分割技术进行路线设计和时刻表优化。进一步地,研究者们细化了不同场景下的差异化换乘优化策略。Bai等人^[7]细化研究了高峰时段的换乘协调问题。Yu等人^[8]解决了城市轨道交通的末班车换乘问题。在多模式公共交通系统换乘优化方面,Ning等人^[9]和Li等人^[10]分别考虑了城市轨道交通网络之间的换乘和单一公交线路的时刻表优化问题。Zhuang等人^[11]和Wang等人^[12]分别提出了地铁列车发车时间和公交车调度问题的协同优化模型。Chen等人^[13]和Gao等人^[14]分别研究了定制公交的多目标模型和城市轨道交通走廊的综合优化。而对于所有的单一方式/多模式公共交通换乘优化研究,换乘识别均是其研究基础。Trépanier等人^[15]和Jang^[16]分别基于IC卡数据推导出出行链和换乘策略,分析了线路网络乘客流。Munizaga等人^[17]和Song等人^[18]分别提出了基于IC卡数据和GPS数据的多模式公共交通网络出行OD推导模型和在没GPS数据的情况下推断乘客上车点的方法。尽管上述研究为公共交通换乘优化提供了丰富的理论和实践基础,但仍存

1. 深圳市易行网数字科技有限公司 广东深圳 518000

在一些研究空白。首先，大多数研究集中在单一交通模式或特定场景下的优化，而对于多模式交通系统的综合优化研究仍然不足。其次，现有研究往往忽略了乘客的实际行为，如乘客的换乘时间偏好、等待时间容忍度等。此外，公交时刻表的动态调整和乘客行为的实时反馈在现有研究中也鲜有涉及。

针对前述的研究空白，本研究致力于深入探讨公共交通换乘优化问题。换乘时间作为一个核心指标，其被定义为乘客从轨道交通列车步行至连接公交的站台，再乘坐连接公交所消耗的时间。本研究将所有换乘乘客划分为两类：非停留乘客和停留乘客，并考虑了一些乘客因未能及时赶上轨道交通列车的实际情况，使得模型更贴近实际情境。公交时刻表的大幅度变动往往给部分乘客带来不便，导致乘客流失和公交公司运营成本的增加。为此，本文首先构建了一个双目标换乘优化模型，以最小化乘客换乘时间和公交时刻表变动为目标函数。该模型不仅为公共交通运营提供了一个有效的决策方案，而且能更好地满足乘客的需求。最后，本研究在求解算法上有所创新，采用增广切比雪夫算法来寻找非支配解的有效集合，通过构建增广模型，获得了更优的非支配边界，并将非支配帕累托解应用于公交时刻表的调整，求解效率显著优于 NSGA II 算法。由于不同地理和经济条件导致的需求差异，不同的决策者可以通过调整权重来实现其目标，从而使调整结果具有实际效益。

1 符号说明与问题假设

1.1 问题假设

首先需明确本研究所提出的多模式公共交通换乘优化模型的一系列基本假设。这些假设的目的是降低问题的复杂度，同时确保模型的可靠性和实用性。具体的关键假设如下。

假设 1：将常规公交与轨道交通的上下行线路视为独立的研究对象。

假设 2：对于相同的路线，假设所有公交车辆均属于同一类型，并且每条路线都具有固定的车队规模。

假设 3：每条公交线路的总发车次数为固定且已知。当换乘乘客到达车站时，他们会选择在车站停靠的公交路线中的下一辆公交车作为换乘对象。

通过这些基本假设，旨在构建一个既实用又可靠的多模式公共交通换乘优化模型，以指导实际运营中的换乘优化设计和决策制定。

1.2 符号说明

模型主要考虑两类决策变量：其一，公交车发车间隔；其二，公交车在换乘站的发车时间。 $h_{n,k}$ 表示公共汽车发车间隔，而公共汽车发车间隔需被限制在一定范围内，这一点将

在实例分析章节中详细说明。 $t_{n,k}^q$ 表示公交车辆在换乘站的发车时刻，决策变量可以用来辅助表示乘客的换乘时间。表 1 列出了所提出模型使用的全部符号和参数。

表 1 本文使用的符号和参数

符号	含义
i	乘客, $i \in I$
s	城市轨道交通换乘站, $s \in S$
l	涉及换乘的轨道交通线路, $l \in L$
t_l^s	列车到达换乘站 s 的时间
w	轨道交通线上的列车班次, $w \in W$
n	公交线路, $n \in N$
q	中转车站, $q \in Q$
k	公交线路班次, $k \in K$
d	公交运行方向, $d \in D$
t_{rb}	乘客从城市轨道交通换乘公共汽车的换乘时间
$t_{n,k}^q$	公交到站时间
$h_{n,\min}$	公交线路发车间隔下限
$h_{n,\max}$	公交线路发车间隔上限
$t_{\max}$	乘客最长换乘时间
$h_{n,k}$	线路 n 班次 k 与班次 $k-1$ 的离站间隔时间
$t_{n,k}^q$	在车站 q 线路 n 班次 k 的离站时间
k_n	第 n 条线路的全日班次次数
$v_{n,\min}$	全日最低发车班次
$v_{n,\max}$	全日最高发车班次
u_s	全日发车时刻
u_e	全日收车时刻
$a_{n,k}^s$	指派变量, 取 1 表示非停留乘客是否在第 s 个地铁站出站并换乘线路 n 的第 k 班公交车, 否则取 0
$b_{n,k}^s$	指派变量, 取 1 表示停留乘客是否在地铁站点 s 下车并换乘线路 n 的第 k 班次公交车, 否则取 0
$f_{n,l,w,k}$	指派变量, 取 1 表示轨道交通线路 l 第 w 列轨道交通列车的乘客成功换乘了公交线路 n 的第 k 班次, 否则取 0
$g_{\min}$	车头时距下限
$g_{\max}$	车头时距上限
u_n	线路 n 单车辆周转时长
λ_n	线路 n 所需车辆数

2 多模式公交换乘多目标优化模型目标函数

2.1 最小化运行方案调整

为确保常规公交与轨道交通之间的顺畅协同，提供稳定可靠的公交服务至关重要。微调巴士班次能够在最大程度上减少对当前巴士运营的干扰。为避免班次调整导致发车间隔的大幅波动，从而影响乘客在其他站点的乘车体验，本研究将公交班次的最小变化设为目标函数。

$$\min z_1 = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q \left| t_{n,k}^q - \overline{t_{n,k}^q} \right| \tag{1}$$

式 (2) 使用符号函数 (signum function) 构建对绝对值的二元表达，从而将非线性约束转换为线性约束。式 (1) 中可被线性化表示为：

$$\begin{cases} \min z_1 = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{q=1}^Q y_{n,k}^q \\ y_{n,k}^q = (t_{n,k}^q - \overline{t_{n,k}^q}) \times \text{sgn}(t_{n,k}^q - \overline{t_{n,k}^q}) \\ \text{sgn}(\eta) = \begin{cases} 1, \eta \geq 0 \\ -1, \eta < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

2.2 最小化综合换乘时间

乘客从轨道交通列车下车步行到接驳巴士站台，坐上接驳巴士所耗费的时间称为乘客的换乘时间，可表示为 t_{rb} 。换乘时间包括两部分，第一部分是乘客从轨道交通列车下车步行到接驳公共汽车站台的时间，第二部分是乘客在公共汽车换乘站的等候时间。

假设轨道交通列车在某一时刻到达，换乘乘客经过一段时间的步行到达换乘站，大部分乘客等待时间较短或不需要等待时间就能赶上最近的换乘公交车，这种情况下乘客在换乘过程中的等待时间较短、换乘效率较高，是最理想的换乘状态。但一般情况下，大部分下车换乘的乘客到达换乘站时，上一辆接驳公交车已经出站或刚刚出站，此时乘客还需要等待一段时间才能坐上一辆新车，此时乘客换乘下一辆公交车的到站时刻减去所乘坐轨道交通的到站时刻。当换乘乘客超过接驳公交的载客量时，多余的乘客就要继续等待接驳公交的发车间隔，当乘客换乘时间大于 $t_{\max}$ ，乘客就会结束等待，选择其他交通方式，图 1 是换乘时间定义示意图。

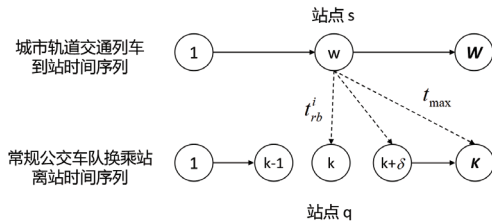


图 1 多模式公共交通系统换乘时间定义

利用智能交通系统 (ITS) 技术，可以从 IC 卡数据中获取同一时段内参与轨道交通与公交通换乘的乘客数量及其各自换乘站点的信息。智能交通系统通过实时捕获和分析交通数据，为公交运营提供决策支持。在多模式公共交通系统的运营优化中，ITS 技术能够提供实时、准确的交通数据，为优化公交运营提供重要的基础。IC 卡数据是通过乘客的刷卡行为自动收集而来，记录乘客的上车、下车时间和地点。利用 ITS 技术分析 IC 卡数据，能够精确地得知乘客的换乘需求和行为模式。例如，通过分析同一时段内不同站点的刷卡数据，可以得知乘客的换乘需求、换乘时间以及换乘站点的流量情况。这为分析换乘效率和优化换乘服务提供了重要的数据支持。通过对 IC 卡数据的深入分析，不仅能够了解乘客的换乘需求和行为模式，还能够为公交运营决策提供科学依据。例

如，通过分析乘客的换乘时间和等待时间，可以有效地优化公交的发车间隔和换乘服务，从而提高公共交通系统的运营效率和乘客满意度。此外，对 IC 卡数据的分析还能够为公交线路规划、站点布局以及运营策略制定提供重要的参考信息，为实现公共交通系统的高效协同和优化运营提供数据支持。

从城市轨道交通站点 s 到轨道交通线路 l 对应的换乘公交站点 q 的换乘次数定义为 $p_{l,s}^q$ 。所有换乘乘客分为两类：非滞留乘客和滞留乘客，换乘时间分为非滞留乘客换乘时间和滞留乘客换乘时间。同时用符号 $a_{n,k}^s$ 来区分换乘乘客是否在第 s 个地铁站出站并换乘线路 n 的第 k 班公交车，其公式为：

$$a_{n,k}^s = \begin{cases} 1, \text{搭乘第 } n \text{ 辆车的第 } k \text{ 个班次} \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

单个非滞留乘客的换乘时间从下城市轨道交通开始，到公交车到达换乘站结束，换乘时间公式表示为：

$$t_{l,s}^{q^1}(i) = t_{n,k}^{q^1} - t_l^s, \forall l \in L, s \in S, q^1 \in Q \quad (4)$$

相较于单一车站，本模型更关注所有车站的乘客滞留总体情况。定义所有车站的非滞留乘客总人数为 $p_{l,s}^{q^1}$ ，该变量可由指派变量 $a_{n,k}^s$ 与指派条件下滞留乘客数乘积的加和计算出，其计算公式为：

$$p_{l,s}^{q^1} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K p_{l,s}^{q^1} a_{n,k}^s, \forall l \in L, s \in S, q^1 \in Q \quad (5)$$

非滞留旅客的换乘时间可由指派变量、指派条件下非滞留乘客总人数与指派条件下换乘时长乘积的加和表示，其计算公式为：

$$t_{l,s}^{q^1} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K p_{l,s}^{q^1} a_{n,k}^s (t_{n,k}^{q^1} - t_l^s) \quad (6)$$

$$\forall l \in L, s \in S, q^1 \in Q$$

单个滞留乘客的换乘时间从下城市轨道交通开始，到行程结束后第 $k+\delta$ 班公交车到达换乘站结束，或者乘客在达到最大换乘时间后选择其他方式离开，其换乘时间为：

$$t_{l,s}^{q^2}(i) = \begin{cases} t_{n,k+\delta}^{q^2} - t_l^s, 0 \leq t_{l,s}^{q^2}(i) \leq t_{\max} \\ 0, t_{l,s}^{q^2}(i) > t_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

$$\forall l \in L, s \in S, q^2 \in Q$$

构建指派变量 $b_{n,k}^s$ ，用以表征换乘乘客是否在地铁站点 s 下车并换乘线路 n 的第 k 班次公交车，其计算公式为：

$$b_{n,k}^s = \begin{cases} 1, \text{乘坐第 } n \text{ 辆车第 } k + \delta \text{ 个班次} \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

$$\forall n \in N, k \in K, s \in S$$

该段的乘客人数用公式表示为：

$$P_{l,s}^{q^2} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=2}^K p_{l,s}^{q^2} b_{n,k}^s \quad (9)$$

$$\forall l \in L, s \in S, q^2 \in Q$$

因此，滞留乘客的换乘时间可由公式得出：

$$t_{l,s}^{q^2} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=2}^K p_{l,s}^q b_{n,k}^s (t_{n,k+\delta}^{q^2} - t_l^s) \quad (10)$$

$$\forall l \in L, s \in S, q^2 \in Q$$

所有换乘乘客的总换乘时间需要将非滞留乘客和滞留乘客的换乘时间相加，用公式表示为：

$$t_{rb} = \sum_{l=1}^L \sum_{q^1, q^2=1}^Q \sum_{s=1}^S (t_{l,s}^{q^1} + t_{l,s}^{q^2}) \quad (11)$$

则总换乘时间最小化的目标函数可以写作为：

$$\min Z_2 = \sum_{n,k,j,q,s} p_{l,s}^{q^1} a_{n,k}^s (t_{n,k}^{q^1} - t_l^s) + \sum_{n,k,j,q,s} p_{l,s}^{q^2} b_{n,k}^s (t_{n,k+\delta}^{q^2} - t_l^s) \quad (12)$$

3 多模式公交换乘多目标优化模型约束条件

本小节将深入探讨与公交时刻表制定紧密相关的多种约束因素，为优化和调整公交时刻表服务提供理论支撑。公交时刻表的制定是一个多层次、多维度的问题，需要综合考虑众多实际运营的限制条件。以下列举了几种主要的约束条件。

(1) 发车间隔约束

在公交运营过程中，隶属于同一条线路且在时刻表上处于相邻位置的任意两辆公交车，其发车时刻间隔应该在合理区间内。设 $h_{n,\min}$ 为公交线路发车间隔的下限， $h_{n,\max}$ 为公交线路发车间隔的上限，则公交运营的发车间隔约束可以表示为：

$$h_{n,\min} \leq h_{n,k} \leq h_{n,\max} \quad \forall k \geq 2 \quad (13)$$

(2) 全日发车班次总数约束

公交发车班次约束关注于如何确定一天内公交车的总发车次数。班次的总数量对于公交车公司的运营成本和乘客的出行满意度都至关重要。更多的班次意味着更高的运营成本，包括燃料、司机工资和车辆维护。因此，公司往往希望在满足乘客需求的前提下，尽量减少班次数量。如果班次太少，乘客可能需要长时间等待，从而降低了他们的出行满意度。合理的班次数量可以确保乘客在短时间内就能乘坐到公交车，从而提高满意度。设第 n 条线路的全日班次数为 k_n ，全日最低发车班次为 $v_{n,\min}$ ，最高发车班次为 $v_{n,\max}$ ，则有全日发车班次总约束为：

$$v_{n,\min} \leq k_n \leq v_{n,\max} \quad (14)$$

(3) 乘客最长换乘时间限制

设乘客最长换乘时间为 $t_{\max}$ ，选择换乘的乘客集合为 I' ，则该约束为：

$$t_{l,s}^q(i) \leq t_{\max} \quad (15)$$

$$\forall l \in L, s \in S, q \in Q, i \in I'$$

(4) 乘客换乘行为约束

一般情况下，乘客从轨道交通列车下车后只能选择某一班次的公交车乘坐。构建指派变量 $f_{n,l,w,k}$ 用以表征用户换乘选择，该变量取 1 表示轨道交通线路 l 第 w 列轨道交通列车的乘客成功换乘了公交线路 n 的第 k 班次，取 0 表示没有换乘。则该指派变量需服从公式 (16) 表征的约束形式：

$$\sum_{k=1}^K f_{n,l,w,k} \leq 1, \forall n \in N, l \in L, w \in W \quad (16)$$

(5) 公交运营周期约束

公交车到达各站的时间都应该处于运营时段内。设全日发车时刻为 u_s ，收车时刻为 u_e ，则该约束的数学形式为：

$$u_s \leq t_{n,k}^q \leq u_e, \forall q \in Q, n \in N, k \in K \quad (17)$$

(6) 车辆数约束

公交车的数量是有限的，每辆车的购置和运营都需要相应的成本。车辆数目约束能够确保在有限的资源下实现最优的运营方案。设线路 n 单车周转时长为 u_n ，所需车辆数为 λ_n ，则车辆数约束为：

$$\lambda_n \leq \frac{u_s - u_e}{u_n} \quad (18)$$

(7) 车头时距间隔约束

除了发车间隔，时刻表上相邻两辆公交车的到站时间间隔应该处于一定范围内，以保证时刻表的均衡性。设车头时距容许范围为 $[g_{\min}, g_{\max}]$ ，则该约束为：

$$g_{\min} \leq t_{n,k}^q - t_{n,k-1}^q \leq g_{\max} \quad (19)$$

$$\forall q \in Q, n \in N, k \in K \cup k \geq 2$$

4 求解算法

在双目标优化问题的研究中，通常会发现最终的最优解是一组解，形成帕累托前沿。如何权衡不同情况下的两个目标，找到适应性更强的解，是多目标优化问题领域研究的关键问题。为此，本文改进了一种增广切比雪夫算法，针对上述具有最小公交班次变化和最短换乘时间的双目标模型，寻找收敛性较好的非支配解集，并得到问题的帕累托前沿。

4.1 增广切比雪夫算法算子

在多目标优化中，相较于传统的切比雪夫算法，增广切比雪夫算法展现出更优的收敛性、更强的鲁棒性、更广泛的应用领域、更佳的帕累托前沿分布，以及在大规模问题上的计算效率提升，使其在处理复杂场景下的多目标优化问题时更具优势。

根据前述双目标优化模型得到的最小值作为非支配边界的最小值，即 $(Z_1^{\min}, Z_2^{\min})$ ，则 $Z_1^{\min} = Z_1(t)$ ， $Z_2^{\min} = Z_2(t)$ 。由于极大值无法通过直接方法获得，本文采用字典阶次法来获得。

具体计算公式为：

$$Z_1^{\max} = \min Z_1(t) \quad (20)$$

$$s.t. Z_2(t) = Z_2^{\min} \cup \text{Eq}(13\sim 19)$$

$$Z_2^{\max} = \min Z_2(t) \quad (21)$$

$$s.t. Z_1(t) = Z_1^{\min} \cup \text{Eq}(13\sim 19)$$

由于公交班次变更和换乘时间这两个目标函数的度量单位不同，为了避免维度的影响，在应用扩展切比雪夫算法之前，先采用线性中阈值法消除目标函数值的维度。即利用前面计算出的极大值和极小值，转化为统一的指标评价值，此时目标函数值取为 [0,1]，具体公式为：

$$\bar{Z}_i(t) = \frac{Z_i(t) - Z_i^{\min}}{Z_i^{\max} - Z_i^{\min}} \quad (i=1,2) \quad (22)$$

4.2 增广模型

在使用切比雪夫算法时，通过添加惩罚因子 σ ，将双目标模型转化为单目标增量模型，从而找到非主导解集。设置有效权重向量 $w=(w_1, w_2)$ ，并满足 $\|w\|=1$ 。对于原始问题的目标函数，设 w_1 和 $w_2(w_1, w_2 \geq 0)$ 分别为公交总班次变更目标的权重向量和总换乘时间目标的权重向量。 σ 作为惩罚因子被引入到增广模型中，以确保约束条件的合理性，从而使单目标最优解序列^[19]在可行域内无限逼近最优解，从而找到非支配解集。 ρ 是目标的决策变量，表示目标空间中所有可行点与最小值之间的加权切比雪夫距离^[20]。增广模型的具体表达式为：

$$\begin{aligned} \min \bar{Z} &= \rho + \sigma[\bar{Z}_1(t) + \bar{Z}_2(t)] \\ s.t. : &\begin{cases} w_i \bar{Z}_i(t) \leq \rho \quad \forall i=1,2 \\ t \in T \\ \text{Eq}(12 \sim 15) \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

4.3 增广切比雪夫算法实施

使用增广切比雪夫算法解决问题的具体步骤如下。

步骤 1：计算最小值。首先仅对目标（1）进行优化，求解原模型，找出最优的城市轨道交通接驳方案和最小的公交总班次变更 $Z_1^{\min}=Z_1(x_1)$ 。然后仅对目标（2）进行优化，求解原模型，找出最优的城市轨道交通接驳方案和最小的总换乘时间 $Z_2^{\min}=Z_2(x_2)$ 。

步骤 2：计算最大值。首先根据式（16）的字典序列法，添加约束条件 $Z_2(x)=Z_2^{\min}$ ，只优化目标（1），求解原模型，得到最优轨道交通接驳方案和最大公交总时刻表变化 $Z_1^{\max}=Z_1(x_1')$ 。然后根据式（17）的字典序列法，添加约束条件 $Z_1^{\min}=Z_1(x_1)$ ，只优化目标（2），求解原模型，得到最优轨道交通方案和最大总换乘时间 $Z_2^{\max}=Z_2(x_2')$ 。

步骤 3：目标函数值的无量纲变换。利用直线阈值法，取前两个目标函数值的极值和极小值，将目标函数值转化为

介于 0~1 之间的目标函数值，以消除维数的干扰。

步骤 4：寻找非支配解。首先，确定惩罚因子值，增广单目标模型的惩罚因子是为了使得到的解满足模型设定的约束条件，即控制约束条件的非法性，由于增广模型是要找到最小值，因此它是由两个目标函数值的极大值减去所有可行解的值之和得到的。其次，对两个目标进行均匀加权^[21]，生成区间为 [0,1] 的权重向量 $\{w^k=(w_1^k, w_2^k), k=1,2,\dots,h\}$ 。再次，将总巴士时刻表变化目标的权重设为 $w_1=1-(k-1)/(h-1)$ ，将总换乘时间目标的权重设为 $w_2=1-w_1$ 。然后，根据权重和所有具有最大值的可行点，求出加权切比雪夫距离 ρ 。最后，通过求解增广单目标模型，得到非占优解集 $\{Z_1(x^*), Z_2(x^*)\}$ ，从而获得最优解 $\{x^*, v^*\}$ 。算法伪代码如下。

算法 1 增广切比雪夫算法伪代码

算法输入：起始出发时间，起始乘客换乘数据

```

1.BEGIN
2.INITIALIZE 起始出发时间，起始乘客换乘数据
3.-- Optimization for Objective I
4.设定目标 I 的约束：
5. - Interval constraint
6. - Number of departures constraint
7. - Transfer time constraint
8. - Transfer constraint
9.OPTIMIZE 目标 I
10.RETURN 目标 I 的最优解
11.IF 需要目标 I 的最小值：
12. 设定 最小值约束
13. OPTIMIZE 目标 I
14. RETURN 目标 I 的最小值最优解
15.ENDIF
16.IF 需要目标 I 的最大值：
17. NONDIMENSIONALIZE
18. 设定 最大值约束
24. OPTIMIZE 目标 I
25. RETURN 目标 I 的最大值最优解
26.ENDIF
28.-- Optimization for Objective II
29.设定目标 II 的约束
31.OPTIMIZE 目标 II
32.RETURN 目标 II 的最优解
34.IF 需要目标 II 的最大值：
35. 设定 最大值约束
36. OPTIMIZE 目标 II
37. RETURN 目标 II 的最大值最优解
38.ENDIF
40.IF 需要目标 II 的最小值：
    
```

41. 设定 最小值约束
42. OPTIMIZE 目标 II
43. RETURN 目标 II 的最小值最优解
- 44.ENDIF
- 46.-- Augmentation Model
- 47.INITIALIZE 极值点 , weight vector, Chebyshev Distance
- 48.CONTROL 束缚违反度
- 49.IF 违反发生 :
50. INCREASE 惩罚因子
- 51.ENDIF
53. 基于约束构建增强模型
- 54.OPTIMIZE 增强模型
- 55.RETURN 非支配解集合
- 57.END

5 实例分析

5.1 算例概述

本研究选取深圳市公共交通系统作为研究案例，如图 2 所示。研究所涉及的深圳 66 路公交车有 5 个公交站点，附近有 4 个不同的地铁站出入口，包括公交首站、3 个换乘站以及终点站。1~5 站分别为世界之窗、白石洲 3 号、西丽法庭 2 号、动物园站和王京坑村。针对该线路的公交刷卡数据，本研究首先使用基于出行链和机器学习的两阶段下车点推断算法^[21]完成下车点推断，进而构建各用户完整出行链，统计分析得到每个公交站点运行到下一个站点的平均时间、每个站点每天的总换乘次数、方向 1 和方向 2 的换乘次数如表 3 和表 4 所示，每个站点用序号标注。运营时间段为 6:00~23:00，在该时间段内，包括 1 号站点至 5 号站点和 5 号站点至 1 号站点方向在内，共有 125 辆公交车，共计换乘乘客 1764 人次，其中，本文主要研究 1 号站点至 5 号站点的换乘情况，其中 1 号站点为首站，5 号站点为终点站。



图 2 深圳 66 路公交车与城市轨道交通连接示意图

表 3 开往各站的公交车运营时间段

车站	1—2	2—3	3—4	4—5
到达下一个换乘站的时间 /min	3	10	10	12
到达下一个换乘站的最长时间 /min	2	8	7	20
到达下一个换乘站的最短时间 /min	6	16	14	9

表 4 四个车站的换乘数据

站点	1（起点站）	2	3	4	5（终点站）
总人数	796	131	720	117	—
方向 1 人数	796	68	364	62	—
方向 2 人数	—	63	356	55	—

根据从城市轨道交通下车到换乘公交车上车的数据，标记换乘乘客是否为滞留乘客（0,1），并标记公交车的发车顺序为 1~125。其中，假设从城市轨道交通到公交车的最长和最短换乘时间如表 5 所示，并假设公交车的发车间隔为 3~20 分钟。在乘客滞留的情况下，默认乘坐下一辆公交车。表 5 显示了经过修改后从城市轨道交通到公交车的最短换乘时间。由于各车站的发车数据不完整，且难以确定，本文在首先原有发车完整数据的基础上，对车站的发车时间进行拟合，结果表明其属于正态分布。然后，利用该正态分布随机生成方向 1 的 4 个车站 125 个发车时间和方向 2 的 4 个车站 125 个发车时间。由于拟合是基于历史数据，最后对四个车站的发车时间进行估计，因此车站发车时间的随机变化对于求解原问题双目标模型的最优解更为合理。

表 5 从城市轨道交通到公共汽车的最短换乘时间

公交车站	1	2	3	4
最短换乘时间 /min	2	2	5	7

5.2 计算结果

在算法算例中，本文对同一模型分别进行了方向 1 和方向 2 的优化，以说明精确算法对轨道公交接驳模型具有良好的检验效果。在方向 1 中，计算了惩罚因子 $\sigma=6\,246.04$ 、最小值 $Z_1^{\min}=184.00$ 、 $Z_2^{\min}=654.09$ 和最大值 $Z_1^{\max}=3\,775.96$ 、 $Z_2^{\max}=10\,022.00$ 。在方向 2 中，计算了惩罚因子 $\sigma=6.60$ 、最小值 $Z_1^{\min}=1061.00$ 、 $Z_2^{\min}=249.25$ 和最大值 $Z_1^{\max}=4\,430.40$ 、 $Z_2^{\max}=4\,437.00$ 。

在此基础上，方向 1 中得到了 8 个有代表性的非支配解，方向 2 中得到了 7 个非支配解。非支配解与增广模型的目标函数值相对应，两个单一目标的目标函数值和权重的具体结果如表 6 和表 7 所示。从表中可以看出，增广切比雪夫算法在方向 1 上找到了 8 个不同的非支配解，在方向 2 上找到了 7 个不同的非支配解，且每个解在轨道公交接驳解中都有较大的差异，这体现了以公交班次变化为决策变量对解决轨道公交接驳解时间效率低问题具有显著影响，从而说明了该算法的

有效性。

从表 6 和表 7 可以看出，在方向 1 中，当目标 1 的权重为 W1，目标 2 的权重为 W2 时，轨道公交接驳方案效果最好，乘客总换乘时间为 2 496.01 min，比原方案缩短了 78.12%。在方向 2 中，当目标 1 的权重为 W1，目标 2 的权重为 W2 时，轨道公交接驳方案的效果最好，乘客总换乘时间为 2 559.23 min，比原方案缩短了 47.72%。这说明，通过适当调整公交车发车时刻表，可以缩短乘客换乘总时间。各方向各站的具体公交时刻表变化情况见表 8 和表 9。

表 6 扩增切比雪夫算法方向 1 的计算结果

非支配解	巴士时刻表变更 /min	目标权重	总换乘时间 /min	目标权重	增广模型目标值
1	243.08	0.89	8 325.84	0.11	5 217.95
2	409.63	0.78	6 068.66	0.22	4 002.63
3	620.57	0.67	4 628.79	0.33	3 409.42
4	928.54	0.56	3 366.19	0.44	3 103.09
5	1 247.78	0.44	2 496.01	0.56	3 078.03
6	1 867.26	0.33	1 395.85	0.67	3 421.73
7	2 478.73	0.22	788.95	0.78	4 080.35
8	2 713.93	0.11	674.59	0.89	4 413.02

表 7 扩增切比雪夫算法方向 2 的计算结果

非支配解	巴士时刻表变更 /min	目标权重	总换乘时间 /min	目标权重	拓宽模型目标值
1	1 091.00	0.89	3 947.00	0.11	412.64
2	1 319.80	0.78	2 534.04	0.22	506.76
3	1 666.20	0.67	1 391.49	0.33	379.92
4	1 956.76	0.56	823.51	0.44	504.29
5	2 377.92	0.44	356.67	0.56	582.19
6	2 422.42	0.33	325.67	0.67	452.06
7	2 559.23	0.22	257.27	0.78	332.56

表 8 方向 1 四个站点的部分巴士时刻表变化

方向 1 车站 1			方向 1 车站 2		
之前	变化	之后	之前	变化	之后
6:07am	+0 min	6:07am	6:10am	+0 min	6:10am
6:10am	+0 min	6:10am	6:13am	+0 min	6:13am
6:12am	+1 min	6:13am	6:15am	+1 min	6:16am
6:34am	-18 min	6:16am	6:38am	-19 min	6:19am
6:46am	-20 min	6:26am	6:49am	-21 min	6:28am
7:03am	-17 min	6:46am	7:06am	-18 min	6:48am
7:05am	-16 min	6:49am	7:08am	-14 min	6:54am
7:10am	-4 min	7:06am	7:13am	-5 min	7:08am
7:17am	-8 min	7:09am	7:20am	-9 min	7:11am
7:19am	-3 min	7:16am	7:21am	-3 min	7:18am

表 8 (续)

方向 1 车站 3			方向 1 车站 4		
之前	变化	之后	之前	变化	之后
6:19am	+0 min	6:19am	6:28am	+0 min	6:28am
6:25am	-3 min	6:22am	6:33am	-2 min	6:31am
6:26am	-1 min	6:25am	6:35am	-1 min	6:34am
6:47am	-19 min	6:28am	6:57am	-20 min	6:37am
6:58am	-15 min	6:43am	7:06am	-16 min	6:50am
7:14am	-11 min	7:03am	7:22am	-12 min	7:10am
7:16am	-6 min	7:10am	7:27am	-10 min	7:17am
7:23am	-7 min	7:16am	7:32am	-9 min	7:23am
7:30am	-7 min	7:23am	7:37am	-7 min	7:30am
7:33am	-6 min	7:27am	7:42am	-8 min	7:34am

表 9 方向 2 四个站点的部分巴士时刻表变化

方向 2 车站 5			方向 2 车站 4		
之前	变化	之后	之前	变化	之后
6:08am	+6 min	6:14am	6:20am	+0 min	6:20am
6:15am	+2 min	6:17am	6:26am	-3 min	6:23am
6:24am	-4 min	6:20am	6:38am	-12 min	6:26am
6:36am	-13 min	6:23am	6:49am	-20 min	6:29am
6:39am	-13 min	6:26am	6:50am	-18 min	6:32am
6:45am	-16 min	6:29am	6:59am	-24 min	6:35am
6:51am	-4 min	6:47am	7:04am	-11 min	6:53am
6:59am	-9 min	6:50am	7:13am	-17 min	6:56am
7:03am	-10 min	6:53am	7:15am	-16 min	6:59am
7:08am	-3 min	7:05am	7:21am	-3 min	7:11am

方向 2 车站 3			方向 2 车站 2		
之前	变化	之后	之前	变化	之后
6:28am	+0 min	6:28am	6:41am	+0 min	6:41am
6:35am	-4 min	6:31am	6:46am	-2 min	6:44am
6:50am	-16 min	6:34am	7:02am	-15 min	6:47am
6:58am	-21 min	6:37am	7:12am	-22 min	6:50am
6:58am	-18 min	6:40am	7:10am	-17 min	6:53am
7:07am	-18 min	6:49am	7:17am	-19 min	6:58am
7:14am	-5 min	7:09am	7:23am	-5 min	7:18am
7:21am	-9 min	7:12am	7:34am	-13 min	7:21am
7:28am	-13 min	7:15am	7:39am	-15 min	7:24am
7:33am	-6 min	7:27am	7:42am	-6 min	7:36am

为了进一步了解各站点在某一时刻的情况，分别对方向 1 的四个站点的公交班次变化情况进行了统计。结果表明，方向 1 四个站点的公交班次在早高峰和末班车时变化较大。不难理解，近年来城市人口数量不断增加，农村进城务工人员增多，导致早上上班的乘客增多，换乘公交车的人数也随之增加。所以以前的公交班次已经不能适应如今的形势，需要适当调整公交班次，缓解换乘乘客滞留车站的情况。

在实践中，这两个目标的权重是根据决策者的偏好和公交站点所在的地理位置来权衡选择最佳解决方案的。当决策者偏好最小的公交班次变化时，即目标 I 的权重系数 $w_1>0.5$ ；当决策者偏好最短的乘客总换乘时间时，即目标 II 的权重系数 $w_2>0.5$ 。例如，深圳 66 路公交车有 5 个站点，分别是世界之窗、白石洲 3、西丽法庭 2、动物园站和王京坑村。首先对于世界之窗公交站而言，它是一个公交线路枢纽，连接多条公交线路和城市轨道交通线路，且世界之窗地处市中心，换乘乘客人数较多，因此在轨道公交接驳问题上决策者往往更关注如何减少换乘乘客的候车时间，避免出现乘客滞留公交站的现象。所以目标 2 的权重占比较大，对应选择第 7 或第 8 个非支配解。其次对于白石洲汽车站来说，由于该站拥有深圳最集中、规模最大的农民房，农民数量居多，生活水平较低，该站的乘客往往更注重出行成本，对乘坐公交车的需求较大，因此决策者会更注重公交班次变化最小的目标，以适应这类乘客的需求，所以目标一的权重系数较大，选择第 1 或第 2 非支配解对应的方案。然后对于西丽法庭和动物园站而言，它们是深圳的众多公园、景点、广场和其他娱乐场所，位于市中心，同时，它们毗邻大学、商业和科技园区，乘坐公交车的大多是游客、上班族和打工族，他们更注重时间效率，希望换乘时间更短，所以目标 2 所占权重比较大，此时，决策者可能会选择第 7 或第 8 个非支配解对应的方案。最后对于王京坑村站点而言，该站点地处居民区，由于乘坐的多为老年人，受生活习惯的影响，更愿意按照以往的方式和时间出行，如果公交班次变化较大，往往会引起老年乘客的不适，所以应该让目标 1 更好，使公交发车时间变化尽可能小。此时，决策者往往会选择第 1 种或第 2 种非支配解对应的方案。

6 算法对比

6.1 与 NSGA-II 模型的对比

为了验证增广切比雪夫算法的有效性，本文使用多目标遗传算法 NSGA-II 对同一模型进行了测试，其中遗传

算法 NSGA-II 的相关参数设置如下：种群规模为 200，迭代次数为 1 亿次，交叉方差概率为 0.85，方差概率为 0.15。最后，在方向 1 中得到 4 个非支配解，在方向 2 中得到 7 个非支配解，两个目标函数值的结果如表 10 和表 11 所示。

表 10 NSGA-II 算法的计算结果（方向 1）

非支配解	巴士时刻表变更 /min	总换乘时间 /min	总换乘时间优化率 /%
1	28 468.80	8 081.28	29.15%
2	11 532.96	25 613.28	-124.56%
3	21 297.60	36 734.40	-222.06%
4	16 138.08	19 772.64	-73.35%

表 11 NSGA-II 算法的计算结果（方向 2）

非支配解	巴士时刻表变更 /min	总换乘时间 /min	总换乘时间优化率 /%
1	141 056.64	111 768.48	-2183%
2	19 555.20	193 201.92	-3847%
3	111 476.16	113 880.96	-2226%
4	65 979.36	140 191.20	-2764%
5	91 573.92	125 737.92	-2469%
6	35 680.32	163 732.32	-234%
7	29 365.92	178 011.36	-3537%

在案例测试中，两种算法探索非优势解集的对比结果如图 3 和图 4 所示。AWTA 代表增广切比雪夫算法，NSGA-II 代表遗传算法。从图 3 和图 4 中可以看出，两种算法都能找到非支配解，但增广切比雪夫算法找到的非支配解比遗传算法多，而且在解的质量上明显优于遗传算法。

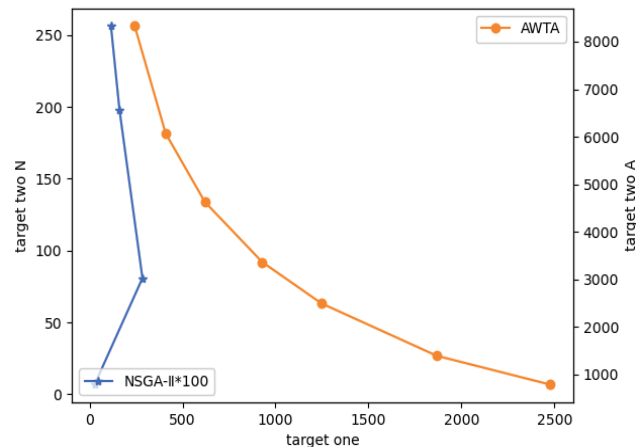


图 3 方向 1 算法的帕累托正面比率

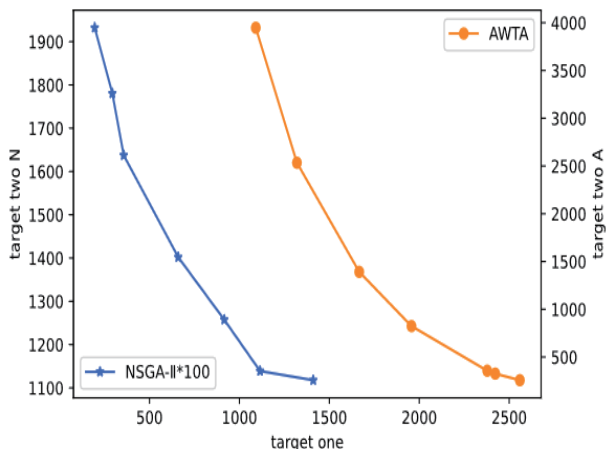


图4 方向2算法的帕累托正面比率

在图例中,由于遗传算法的求解结果与增广切比雪夫算法的求解结果相差很大,因此用科学记数法将遗传算法 NSGA-II 的坐标轴缩小 100 倍,这样图上就显示出两个坐标值相差 100 倍。从这里可以看出,遗传算法 NSGA-II 对问题模型中目标 1 公交车时刻表的发车时间变化过大,这也导致了乘客总换乘时间过长的负面影响。因此,NSGA-II 算法虽然可以得到 4 个非支配解,但即使公交时刻表变化较大,优化效果也不明显,且各解在总换乘时间优化方面多为负优化,反映出 NSGA-II 对轨道公交接驳模型优化问题的鲁棒性不强。它非但没有减少反而增加了乘客换乘时间,无法为决策者提供更好的优化方案。同时,在 NSGA-II 算法测试中,求解结果不能较好地满足约束条件。由此可以得出结论,与遗传算法 NSGA-II 相比,使用增广切比雪夫算法不仅能保证解的质量,收敛性更好,得到的解更多,而且对总换乘时间的优化比例更大,能更明显地减少乘客的换乘等待时间,对提高乘客满意度有重要影响,为决策者提供了良好的优化方案。此外,模型的非优势解的求解时间,遗传算法 NSGA-II 为 43 164.46 s,而增广切比雪夫算法为 184.80 s,说明传统遗传算法在求解原问题模型时比增广切比雪夫算法复杂,导致求解速度较慢。

综上所述,通过对本节实例的分析,可以得出改进的增广广义切比雪夫算法比多目标遗传算法 NSGA-II 更适合解决双目标轨道交通连接问题。

6.2 对公交时刻表变化的讨论

在已有的轨道交通接驳研究中,关于优化轨道地铁时刻表的研究较多,而关于公交时刻表变化的研究较少。本文提出对常规公交时刻表进行调整,以减少乘客换乘时间,提高换乘效率。虽然公交时刻表的变化受多种因素的影响,但如果变化幅度较大,不仅达不到优化的目的,还会引起公交乘

客的不满,导致公交乘客数量减少,进一步增加公交运营商的运营成本。但是,如果适当改变公交车时刻表,同样可以优化轨道公交接驳问题。本文表 6 和表 7 的数据表明,随着公交时刻表变化幅度的增大,乘客总换乘时间会减少,增量模型中引入惩罚因子提高了模型解的鲁棒性。可见,改变公交时刻表对优化乘客总换乘时间有很大影响。但决策者应考虑不同线路不同站点的实际情况,合理权衡两个目标的权重,并考虑公共交通的运营成本和换乘服务质量,适当调整公交班次,以减少乘客总换乘时间。

7 结论

在多模式公共交通和智慧交通的背景下,本研究针对乘客的整体换乘时间与公共汽车时刻表的变更,构建了一个双目标优化模型。在该模型中,公共汽车的发车间隔与各换乘站的发车站点被视为决策变量。第 1 目标旨在最大化乘客换乘时间的减少,而第 2 目标则致力于最大化公交班次变更的减少。为了求解此模型,本研究采用了一种增广的切比雪夫算法,并成功得到了一组收敛性优良的非支配解,从而揭示了问题的帕累托前沿。通过实际的 IC 刷卡数据进行验证后,与 NSGA-II 算法的输出进行了对比。分析结果显示,NSGA-II 算法在某些情况下表现出负优化趋势,而增广切比雪夫算法所得的最优解成功地将乘客换乘总时间缩短至 78.12%,这为增广切比雪夫算法在处理此类双目标优化模型上的优越性提供了有力证据。

从更深层次的角度来看,城市轨道交通的换乘时间实际上是由地铁与公交的协同调节所决定的,这暗示了在优化过程中必须综合考虑两者的因素。为了进一步提高模型的实用性和准确性,未来的研究方向可以进行以下扩展:首先,除了公交车的发车时间和运行时间,城市轨道交通的运行时间和发车时间也应被纳入考虑范围;其次,尽管本研究主要关注了理想状态下的公交线路换乘,但对于非换乘站点的优化影响也值得进一步探讨;最后,考虑到智慧交通的发展趋势,未来的研究还应考虑更为丰富和多维度的换乘信息。

参考文献:

- [1] 交通运输部. 绿色交通“十四五”发展规划 [EB/OL]. (2021-10-29)[2023-07-10]. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2022-01/21/content_5669662.htm.
- [2] 交通运输部. 交通运输部关于贯彻落实《国务院关于城市优先发展公共交通的指导意见》的实施意见 [EB/OL]. [2023-10-10]. <http://xxgk.mot.gov.cn>.
- [3] 交通运输部. 关于推进城市公共交通健康可持续发展的若

- 千意见 [EB/OL]. [2023-10-10]. <http://www.mot.gov.cn>.
- [4] KLIEWER N,MELLOULI T,SUHL L.A time-space network based exact optimization model for multi-depot bus scheduling[J].European journal of operational research, 2006, 175(3): 1616-1627.
- [5] XU X,LI KMLI X.A multi-objective subway timetable optimization approach with minimum passenger time and energy consumption[J].Journal of advanced transportation, 2016, 50(1):69-95.
- [6] CASTILLO E,GRANDE Z,MORAGA P,et al.A time partitioning technique for railway line design and timetable optimization[J].Computer-aided civil and infrastructure engineering,2016,31(8):599-616.
- [7] BAI G Z,GUO J,SHI H F,et al.Optimization for waiting passengers in transfer station based on train connecting coordination[J].Journal of transportation systems engineering and information technology,2015,15(1):191-197.
- [8] YU D D, HAN B, YAO X M. Coordination optimization of last train connections in urban rail transit network based on dwell time adjustment[J].Journal of Beijing University of Technology,2018,44(3):409-416.
- [9] NING L, ZHAO P, XU W, et al.Transfer robustness optimization for urban rail transit timetables[J].Journal of advanced transportation, 2018(8):1-16.
- [10] LI X,DU H,MA H,et al.Timetable optimization for single bus line involving fuzzy travel time[J].Soft computing, 2018, 22(21): 6981-6994.
- [11] ZHUANG H R,BO Y,MING X J,et al.Study on collaborative optimization of subway train departure time and current limiting scheme considering railway transfer passenger flow[J].Journal of Wuhan University of technology, 2020, 44(5): 779-784.
- [12] WANG Z,HAGHANI A.Column generation-based stochastic school bell time and bus scheduling optimization[J].European journal of operational research, 2020, 286(3): 1087-1102.
- [13] CHEN X,WANG Y,MA X.Integrated optimization for commuting customized bus stop planning, routing design, and timetable development with passenger spatial-temporal accessibility[J].IEEE Transactions on intelligent transportation systems, 2021, 22(4) :2060-2075.
- [14] GAO R H,DI J H.Comprehensive optimization of train schedules and stopping patterns under demand — oriented and crowded conditions[J].Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2020,39(4):39-46.
- [15] TREPANIER M,TRANCHANT N,CHAPLEAU R.Individual trip destination estimation in a transit smart card automated fare collection system[J].Journal of intelligent transportation systems, 2007,11(1):1-14.
- [16] JANG W.Travel time and transfer analysis using transit smart card data[J].Transportation research record: journal of the transportation research board, 2010, 2144(1):142-149.
- [17] MUNIZAGA M A,PALMA C.Estimation of a disaggregate multimodal public transport Origin-Destination matrix from passive smartcard data from santiago, chile[J].Transportation research part C: emerging technologies,2012,24:9-18.
- [18] SONG X Q,FANG Z X,YIN L,et al.A method of deriving the boarding station information of bus passengers based on comprehensive transfer information mined from IC card data[J]. Journal of geo-information science, 2016,18(8):1061-1068.
- [19] LIU H U,HU J, LEE Y F,et al.Optimization: modeling, algorithms, and theory[M].Beijing:Higher Education Press, 2020.
- [20] HUANG L X,ZHAO J.Improved multi-objective optimization for network planning in regional hazardous waste management[J].Journal of highway and transportation research and development, 2018,35(1): 95-104.
- [21] YAN F,YANG C,UKKUSURI.Alighting stop determination using two-step algorithms in bus transit systems[J]. Transportmetrica A: transport science,2019,15(2):1522 - 1542.

【作者简介】

陈丹霞（1983—），女，广东梅州人，硕士研究生，中级工程师，研究方向：交通科技、交通信息、数字交通、交通数据、城市交通。

曾鹏（1986—），男，湖北孝感人，硕士研究生，高级工程师，研究方向：交通科技、交通信息、数字交通、交通数据、城市交通。

（收稿日期：2023-10-28）