

基于模型预测的巷道机器人轨迹跟踪算法研究

石征锦¹ 张野¹ 武晨¹ 卜春光^{2,3} 范晓亮^{2,3}

SHI Zhengjin ZHANG Ye WU Chen BU Chunguang FAN Xiaoliang

摘要

为了解决巷道机器人高精度轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于模型预测控制的高精度轨迹跟踪控制算法。首先,根据巷道机器人的运动学特性,建立了运动学模型;其次,基于跟踪精度和机器人的物理特性设计轨迹跟踪优化目标函数,并根据巷道机器人的物理限制和巷道环境特点需要设定轨迹跟踪控制器的边界条件;然后,选择用二次规划完成优化计算,并依托机器人本体的里程计反馈信息,完成巷道机器人轨迹跟踪控制;最后使用 turtlebot3 型机器人进行了实物实验,并且与基于反步法的轨迹跟踪进行了对比,结果表明所提出的方法具有更好的轨迹跟踪精度和鲁棒性。

关键词

巷道机器人; 轨迹跟踪; MPC; 反步法; 二次规划

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2024.01.002

0 引言

轨迹跟踪是移动机器人控制中的一个重要课题,在诸多领域都有应用,如自主导航、物料搬运、科考救援等方面。近年来随着机器人科学技术的发展,移动机器人应用的领域越发增多,传统采矿行业也开始应用移动机器人在巷道中进行相关作业,这也使得机器人轨迹跟踪面临新的挑战,需要根据具体环境做出改变。机器人轨迹跟踪需要机器人必须能够准确沿着预设的轨迹行驶,然而在实际应用中,由于外部环境的干扰、机器人自身误差和其他不确定的因素影响,使得原本精确的轨迹跟踪成为一个具有挑战的任务^[1]。随着控制技术的发展,国内外的专家学者对机器人的轨迹跟踪问题展开了大量的理论研究和实验仿真,其采用的方法各有不同。

随着智能算法的不断发展,在控制领域智能算法与传统算法相融合的控制方法得到很多学者的青睐。文献[2]针对传统模型预测控制(MPC)在使用简化车辆模型时会导致跟踪控制存在较大的稳定误差,对车辆转弯产生负面影响这一问题,提出了一种轨迹规划和跟踪框架,该框架应用人工来获得目标轨迹,并利用具有PID反馈的MPC来有效跟踪规划轨迹,解决了这一问题。文献[3]通过结合反步控制和自适应模糊PID控制来实现对自主移动机器人的轨迹跟踪。该方法克服传统PID控制方法在处理非线性和复杂系统时的不足,提高控制系统的鲁棒性。文献[4]介绍了一种基于模型

预测控制(MPC)的高速轨迹跟踪算法,应用于四轮独立悬挂(4WIS)机器人,该算法通过优化轮速和转角控制来实现轨迹跟踪,并通过实验验证其跟踪性能和鲁棒性。

文献[5]针对六轮独立驱动与转向机器人复杂地形轨迹跟踪问题,提出一种预测控制和动态补偿的控制方法,用PID控制算法作为补偿器,应对不同地形对控制器的扰动,针对轮式移动机器人的领航一追随轨迹跟踪控制问题,设计一种基于直接反馈线性化的PID控制器。

文献[6]针对MPC算法计算量过大的问题,提出了一种基于时域分解的加速计算方法,提高求解效率,该方法减少了24%的计算耗时。文献[7]针对履带型车辆轨迹跟踪的系统不确定性和外界干扰,建立了基于瞬时转向中心的履带车辆运动学模型,通过高精度建模减小系统不确定性。

文献[8]主要研究目标是设计一种基于MPC的非完整轮式移动机器人轨迹跟踪控制算法,并引入基于李雅普诺夫稳定性理论的输入约束来保证系统稳定性和安全性。文献[9]提出了一种基于人工免疫系统(AIS)的移动机器人轨迹跟踪优化算法,该算法利用AIS的模式识别和适应性搜索能力,结合传统的控制策略,对移动机器人的轨迹进行优化。文献[10]针对全状态约束轮式移动机器人系统,提出了一种基于自适应神经网络的跟踪控制算法,首次为具有全状态约束的动态WMR系统设计了一种基于神经网络的自适应控制算法。

基于巷道移动机器人对轨迹跟踪高精度和使用环境的复杂性要求,作者提出了一种基于MPC的巷道机器人轨迹跟踪控制方法。基于MPC的轨迹跟踪算法具有极高的跟踪精度,由于其具有约束条件的特点可以为应用场景的多变性提供支持。MPC算法的实现是基于robot operating system(ROS)平台编写,并在模拟机器人环境交互平台(Gazebo)中进行

1. 沈阳理工大学自动化与电气工程学院 辽宁沈阳 110159
2. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室 辽宁沈阳 110016
3. 中国科学院机器人与智能制造创新研究院 辽宁沈阳 110016
[基金项目] 国家重点研发计划(2022YFB4703605)

仿真验证之后进行实物实验，实验结果表明所设计的控制器可以实现精确的跟踪控制。

1 移动机器人运动学建模

基于现阶段常见的巷道机器人运动模型多数为差速移动机器人，故选用差速运动学模型，进行运动学建模。

差速运动模型即实验移动机器人的左右轮可以独立控制。在使用 MPC 算法之前，先对差速移动机器人进行建模，如图 1 所示。 G 表示机器人实际位置， G_r 表示机器人参考位置， v 和 v_r 为实际线速度和参考线速度， ω 和 ω_r 为角速度的实际值与参考值， θ 与 θ_r 为航向角的实际值与参考值。

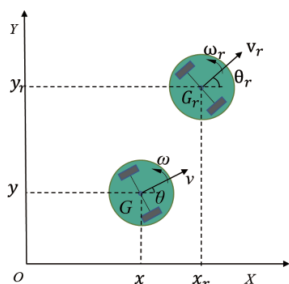


图 1 移动机器人差速运动模型

定义 $\mathbf{x} = [x, y, \theta]^T$ 为实际位姿向量，可得移动机器人的运动学模型为：

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

2 基于 MPC 的轨迹跟踪控制

2.1 模型预测控制 (MPC)

针对巷道机器人高精度轨迹跟踪的要求，提出基于 MPC 的轨迹跟踪控制方法，整体的设计控制方案如图 2 所示。

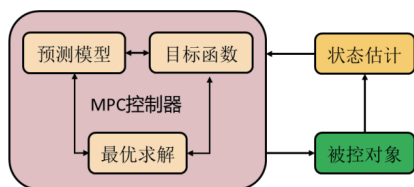


图 2 控制系统设计框图

MPC 控制器可以归纳成三个主要部分：预测模型、目标函数和最优化求解。首先 MPC 控制器的预测模型根据被控系统的性质建立；然后目标函数的选取是根据控制实际需求进行设计，通过改变权重矩阵来确定各个参数在控制中的重要程度；最后将目标函数进行最优求解，得到想要的输出结果。

2.2 非线性模型线性化

由系统运动学模型可知系统状态量 $\lambda = [x, y, \varphi]^T$ ，控制量为 $u = [v, \omega]^T$ ，该系统表示为：

$$\dot{\lambda} = f(\lambda, u) \quad (2)$$

参考轨迹可以表示为：

$$\dot{\lambda}_r = f(\lambda_r, u_r) \quad (3)$$

式中： $\lambda_r = (x_r, y_r, \varphi_r)^T$ ； $u_r = [v_r, \omega_r]^T$ 。

将 (2) 在参考轨迹点泰勒展开，只保留一阶项并忽略高阶项，得到线性化移动机器人误差模型为：

$$\dot{\lambda} = f(\lambda_r, u_r) + \left. \frac{\partial f}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_r, u=u_r} (\lambda - \lambda_r) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\lambda=\lambda_r, u=u_r} (u - u_r) \quad (4)$$

可写成：

$$\dot{\lambda} = f(\lambda_r, u_r) + J_f(\lambda)(\lambda - \lambda_r) + J_f(u)(u - u_r) \quad (5)$$

公式 (5) 中， $J_f(\lambda)$ 为 f 相对于 λ 的雅克比矩阵， $J_f(u)$ 为 f 相对于 u 的雅克比矩阵。

公式 (5) 减去式 (3) 得：

$$\dot{\tilde{\lambda}} = A(t)\tilde{\lambda} + B(t)\tilde{u} \quad (6)$$

式中： $\tilde{\lambda} = \lambda - \lambda_r$ ， $\tilde{u} = u - u_r$ ， $A(t) = J_f(\lambda)$ ， $B(t) = J_f(u)$ 。

将连续状态方程进行离散化，采用近似离散化：

$$\begin{aligned} A_{k,t} &= I + TA(t) \\ B_{k,t} &= TB(t) \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) 中 I 为单位矩阵， T 为变换矩阵， $A_{k,t}$ 为离散化之后的状态矩阵， $B_{k,t}$ 为离散后的输入矩阵，将 (6) 与 (7) 结合为：

$$\tilde{\lambda}(k+1) = A_{k,t}\tilde{\lambda}(k) + B_{k,t}\tilde{u}(k) \quad (8)$$

式 (8) 就是用于进行模型预测的模型。

2.3 基于巷道条件设定目标函数

对于巷道机器人设定目标函数，主要基于两方面考虑：一方面要减小机器人的跟踪误差，完成高精度跟踪任务；另一方面要减少因矿井巷道非结构化和倾斜地面而导致的机器人与地面的滑动摩擦，同时需保护机器人驱动电机，延长机器人使用寿命。

基于以上的要求，需要考虑系统状态量偏差控制和被控对象输入的连续性。这里采用参考文献 [12] 中使用的目标函数为：

$$\begin{aligned} J = & \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i|t) - \eta_{\text{ref}}(k+i|t)\|_Q^2 \\ & + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta U(k+i|t)\|_R^2 + \rho \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中： N_p 为预测时域； N_c 为控制时域； ρ 为权重系数； ε 为松弛因子； Q 和 R 为权重矩阵；该系统为实时变化的系统，故引入松弛因子，同时加入权重系数对目标函数进行软化。第一项为反映系统对参考轨迹的跟踪能力，第二项反映了系统对控制量平稳和输出连续性的需求。

2.4 基于巷道机器人物理限制的约束条件

基于实验平台的控制量极限和控制增量的约束，得出约束条件的表达为：

$$\begin{aligned} u_{\min}(t+k) &\leq u(t+k) \leq u_{\max}(t+k); \\ \Delta u_{\min}(t+k) &\leq \Delta u(t+k) \leq \Delta u_{\max}(t+k); \\ k &= 0, 1, 2, \dots, N_c - 1 \end{aligned} \quad (10)$$

式中： $u_{\min}$ 为移动机器人的最小输入； $u_{\max}$ 为移动机器人的最大输入； $\Delta u_{\min}$ 为机器人输入最小增量； $\Delta u_{\max}$ 为移动机器人的输入的最大增量； t 为当前所处时刻， k 为 t 时刻对未来预测的时刻。

在确定约束条件和目标函数之后，对其进行最优化处理。这里采用二次规划的方法进行求解，将目标函数（9）化成二次型形式：

$$\begin{aligned} \min J &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T H \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} \\ \text{s.t.} & \\ \begin{bmatrix} A & 0 \\ -A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \varepsilon \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} U_{\max} - U_t \\ -U_{\min} + U_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

式中： H 为二次项权重， T 为线性项权重。

求解当前二次规划问题得到如下一系列的解为：

$$\Delta U_t^* = [\Delta u_t^*, \Delta u_{t+1}^*, \dots, \Delta u_{t+N_c-1}^*]^T \quad (12)$$

式中： ΔU_t^* 为对 t 到 $t+N_c-1$ 时刻预测的解集合； ΔU_t^* 为对 t 时刻预测得到的解。将（12）中第一个解代入系统，作为系统输入：

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u_t^* \quad (13)$$

系统在执行输入的解之后，获取新的状态信息，从而实现反馈控制，通过控制过程中对控制的滚动重复，完成对目标轨迹的跟踪。

3 实验验证

针对所设计的 MPC 轨迹跟踪控制算法进行实车实验，并与基于反步法的轨迹跟踪算法进行对比。在进行实物实验之前，已经在仿真环境下进行了仿真实验，仿真实验在 Gazebo 和 ROS 环境中使用两轮差速驱动移动机器人模型，并且通过 ROS 中的可视化工具（rviz）对其进行可视化，实验效果良好，模拟实验设置直线轨迹和圆形轨迹（同实物实验）MPC 算法和反步法都完成了相应的轨迹跟踪任务；实车实验应用在 turtlebot 3 Waffle pi 标准版小车机器人。

实验设置了直线轨迹和圆形轨迹两种路径。设置最大输出线速度 $v_m=0.22$ m/s，最大角速度 $\omega_m=2.8$ rad/s；世界坐标系的 x 轴正方向为小车启动时车头朝向的方向，世界坐标系原点为机器人启动时的坐标点。权重矩阵 H 设定为 $[0.95, 0.95, 0.95]$ 的对角矩阵， G 向量设定为 $[0.5, 2.5, 0.1]$ 。

3.1 直线轨迹实验

直线轨迹采用的是一条起点在坐标原点的与 x 轴正方向夹角 $\pi/4$ 的轨迹。如图 4、图 5 所示。目标轨迹为直线的实验，共进行约 55 s，有效行进路程约 6 m。由图 4 可以看出，在 MPC 算法和反步法在目标轨迹为直线的实验条件下都在合理范围内完成了直线轨迹跟踪。由图 5 分析可知，MPC 算法在

系统稳定运行后位置误差明显小于反步法的位置误差，表现效果优于反步法，MPC 算法的跟踪能力更适合巷道环境。

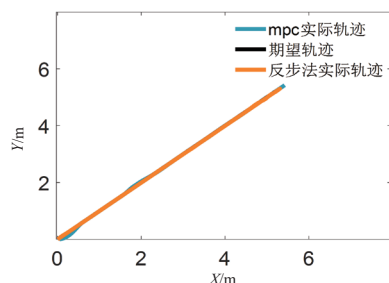


图4 直线轨迹对比图

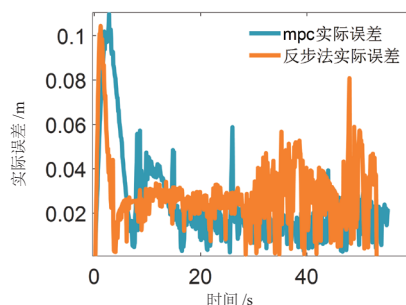


图5 直线轨迹误差对比

由表1可知在系统进入稳定状态后，基于MPC算法的平均误差小于基于反步法的轨迹跟踪误差。通过计算得出，当系统进入平稳状态后（ $t>10$ s），基于MPC轨迹跟踪算法的平均误差为0.015 1 m；基于反步法的轨迹跟踪算法平均误差为0.029 0 m。

表1 直线轨迹平均误差对比表

平均误差	$t < 10$ s	$t > 10$ s
MPC	0.044 3 m	0.015 1 m
反步法	0.034 1 m	0.029 0 m

由此得出，在期望轨迹为直线轨迹时，基于MPC的轨迹跟踪算法的精准度更高，持续跟踪精度更强，更适合应用于巷道机器人。

3.2 圆形轨迹跟踪实验

圆形期望轨迹的圆心设置在 $(-1, 0)$ 点，半径 $R=1$ m，小车的初始轨迹设置在 $(0, 0)$ 。如图 6、图 7 所示。

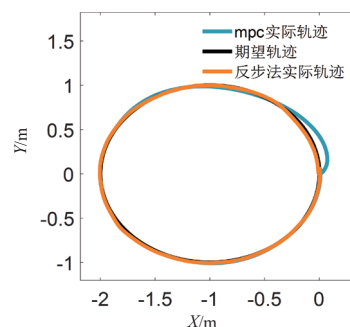


图6 圆形期望轨迹对比图

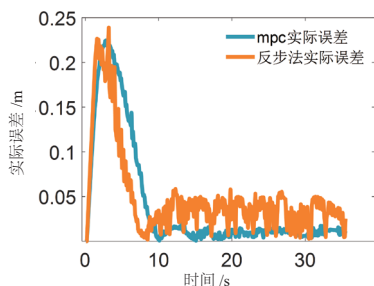


图7 圆形期望轨迹误差对比图

由图6、图7可知,在目标轨迹为圆形轨迹时,MPC算法和反步法都完成了轨迹跟踪任务,实验行进有效长度约为4 m,行进时间约为35 s。两个算法的误差值均收敛到可控范围内。因此,此实验达到了预期效果,可以反映出算法运行的实际情况。

由图7和表2所示,在系统运行前10s,MPC算法的误差略大于反步法误差,但是随着系统的稳定运行,MPC算法的误差迅速消弭,整体优势更明显。

表2 圆形轨迹平均误差

平均误差	$t < 10\text{ s}$	$10\text{ s} < t$
MPC	0.120 0 m	0.016 4 m
反步法	0.093 8 m	0.058 8 m

由表2可知,期望轨迹为圆形时,当系统进入稳定后,MPC算法的误差明显小于反步法的误差。在轨迹跟踪的精度方面,MPC算法的精度明显优于反步法,在轨迹为圆形轨迹时,MPC轨迹跟踪算法更适合应用于巷道机器人。

由3.1节和3.2节分析,在实验平台、环境、目标轨迹都相同的条件下,对于巷道机器人的轨迹跟踪,基于MPC的轨迹跟踪算法相比于基于反步法轨迹跟踪算法,持续跟踪能力更强、位置误差更小,因此基于MPC算法的轨迹跟踪算法更适合巷道移动机器人。

4 结论

本文首先建立的差速巷道机器人的运动学模型,通过期望轨迹与小车的实际位姿的误差,建立误差模型,设计MPC轨迹跟踪控制器;然后使用MPC轨迹跟踪控制器在实验小车上进行MPC轨迹跟踪算法的测试,并与基于反步法控制的轨迹跟踪算法进行对比;最后,通过实验数据分析,验证基于MPC轨迹跟踪算法可以应用于巷道环境下移动机器人的轨迹跟踪,可以做到持续高精度轨迹跟踪,满足巷道机器人应用需求,在实际应用中有较好的应用效果。

参考文献:

[1] 孙银健.基于模型预测控制的无人驾驶车辆轨迹跟踪控制算法研究[D].北京:北京理工大学,2015.

[2] WANG S,YIN X,LI P, et al.Trajectory tracking control for mobile robots using reinforcement learning and PID[J].Iranian journal of science and technology, transactions of electrical engineering.2020,44(3):1059-1068.

[3] MAI T A , DANG T S , DUONG D T ,et al.A combined backstepping and adaptive fuzzy PID approach for trajectory tracking of autonomous mobile robots[J].Journal of the brazilian society of mechanical sciences and engineering, 2021, 43(3).

[4] LIU X, WANG W,LI X,et al.MPC-based high-speed trajectory tracking for 4WIS robot[J].ISA transactions, 2022,123:413-424.

[5] 刘江涛,周乐来,李贻斌.复杂地形六轮独立驱动与转向机器人轨迹跟踪与避障控制[J].兵工学报,2023(5):1-17.

[6] 孙浩,杜煜,卜德旭,等.汽车轨迹跟踪模型预测控制的加速求解方法[J].湖南大学学报(自然科学版),2020,47(10):19-25.

[7] 胡家铭,胡宇辉,陈慧岩,等.基于模型预测控制的无人驾驶履带车辆轨迹跟踪方法研究[J].兵工学报,2019,40(3):456-463.

[8] ZHANG J,FANG Z L,ZHANG Z Q,et al.Trajectory tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots using model predictive control subjected to lyapunov-based Input constraints[J].International journal of control, sutomation and dystems.2022,20(5):1640-1651.

[9] CHI S,SHRESTHA B, JANG W,et al.Trajectory tracking optimization of mobile robot using artificial immune system[J].Multimedia tools and applications, 2019,78(3): 3203-3220.

[10] DING L , LI S , LIU Y J ,et al.Adaptive neural network-based tracking control for full-state constrained wheeled mobile robotic system[J].IEEE transactions on systems man & cybernetics systems, 2017(8):1-10.

[11] 龚建伟,姜岩,徐威.无人驾驶车辆模型预测控制[M].北京:北京理工大学出版社,2014.

[12] 李升波,王建强,李富强.软约束线性模型预测控制系统的稳定性方法[J].清华大学学报(自然科学版),2010,50(11):1848-1852.

【作者简介】

石征锦(1963—),男,教授,研究方向:先进控制理论及应用。

卜春光(1971—),通信作者,男,副研究员,研究方向:自主移动与操作机器人。

(收稿日期:2023-09-20)