

结合 CZT 与差分线性拟合的 FMCW 雷达高精度测距方法

张晓龙¹ 谭超¹ 施保华¹ 刘伟¹ 朱成昂¹ 谭文瑞¹ 孙梦浩¹

ZHANG Xiaolong TAN Chao SHI Baohua LIU Wei ZHU Cheng'ang TAN Wenrui SUN Menghao

摘要

在连续调频波（FMCW）雷达系统中，差拍信号频率估计的精度对于测距至关重要。针对传统的离散傅里叶变换（DFT）和 Chirp-Z 变换（CZT）在频谱分析时出现的栅栏效应，文章结合 CZT 和差分线性拟合提出一种改进的 CZT 算法。首先通过 DFT 对雷达差拍信号进行频谱分析，得到最大谱线对应的频率；接着利用 CZT 算法在该频率附近细化频谱。最后对细化之后的频谱作差分，将差分绝对值最小的 $M/2$ 个特征点拟合成一条特征直线并求解差分值为零的特征点，该点横坐标即修正后的频率。仿真表明，所提出的改进 CZT 算法有效减小栅栏效应的影响，提高了雷达测距的精度，其均方根误差（RMSE）更加接近克拉美罗边界（CRLB）。在实际搭建的测试系统中，其改进的 CZT 算法相比于传统的 CZT 算法平均误差降低了 10.2%，可应用在实际测距系统中。

关键词

频率估计；Chirp-Z 变换；差分线性拟合；栅栏效应；均方根误差；雷达测距

doi: 10.3969/j.issn.1672-9528.2025.02.005

0 引言

连续调频波（FMCW）雷达作为现代雷达技术中的重要组成部分，具备高精度、实时性和抗干扰能力强的优势，实现对目标的精准测量，广泛应用于工业领域和科学研究，例如液位测量^[1]、目标识别^[2]、人体健康监测^[3]、特征提取^[4]、自动驾驶^[5]等领域。FMCW 雷达利用连续调频的原理，通过将发射的扫频信号与接收的回波信号混频得到差拍信号，其频率与雷达探测目标的距离密切相关，差拍信号的频率估计精度直接影响雷达的测距精度^[6-7]。在雷达系统中快速傅里叶变换（FFT）常用来获取差拍信号的频率，但该方法固有的栅栏效应，严重影响频率估计性能^[8]。因此不少学者在频率估计方面进行了大量的研究。精细频率估计方法主要有两种：幅度比值法和频谱细化法。

幅度比值法通常是根据幅值最大的 3 条谱线进行频率估计。Candan 针对幅值最大的 3 条谱线提出了修正因子 δ ，可减小频率估计误差，几乎不增加计算量^[9]，但是在低信噪比时，易出现误差修正因子正负取值错误的问题，从而影响频率估计的精度。郭姗姗等人^[10]利用 Quinn 算法求出频率偏差，再根据求得的频率差进行移频，但需要进行多个点的 DFT 运算，计算量较大。王旭等人^[11]对最大的 3 条谱线做抛物线拟合减小了栅栏效应的影响。叶茂等人^[12]提出了一种修正的 Rife 算法，该算法计算量较小易于硬件实现，具有

一定的工程价值。以上算法计算简单，但是受限于频谱分辨率，因此有学者提出了窄带频谱细化技术，只需对部分频谱进行细化插值。频谱细化法主要是采用 CZT 算法对相关频谱进行插值来估计频率，Babacian 等人^[13]和 Li 等人^[14]使用 CZT 算法应用在 FMCW 雷达目标检测工业检测领域^[13-14]。Reshma 等人^[15]提出将 CZT 算法与 Candan 算法相结合并应用在工业液位雷达计中，通过 CZT 谱线推导偏差校正项来提高频率估计精度。Xu 等人^[16]根据 CZT 细化的误差提出了一种偏差校正因子，用来提高 CZT 算法估计精度。目前频率估计方法多数依赖 CZT 算法找到幅值最大的谱线，如何减小 CZT 算法固有栅栏效应的影响，并找到幅值最大的谱线是一个重要研究方向。

为此，本文基于 CZT 算法和差分线性拟合的思想提出了一种新型频率估计方法：先对 CZT 得到的细化频谱作差分得到 $M-1$ 个特征点，接着选取绝对值最小的 $M/2$ 个特征点作线性拟合，利用拟合直线求解修正频率点，该方法可有效减小栅栏效应影响，更加准确地搜寻到幅值最大的谱线，具有较好的工程价值。

1 雷达信号处理与改进算法

1.1 雷达测距原理

在 FMCW 雷达测距系统中，雷达发射信号一般为锯齿波或三角波调制的扫频信号。发射的信号达到目标物体之后反射回的信号被雷达接收。由于接收到的反射信号与发射信号之间存在时间延迟 τ 。在同一个时间点时这两种信号存在频率差，即差拍信号。经过混频后输出的差拍信号中含有频

1. 三峡大学电气与新能源学院 湖北宜昌 443002

率信息, 根据求解的频率信息可得到目标距离 $d^{[17]}$ 。测距公式为:

$$d = \frac{cT}{4B} f_0 \quad (1)$$

式中: c 为光速 299 709 km/s; T 为调制信号扫频时间; B 为调制信号扫频带宽; f_0 为差拍信号的频率。因此可知, 测距的精度受到差拍信号的频率估计精度、光速、调制信号扫频时间及扫频带宽影响。对于同款雷达, T 和 B 都是固定参数。雷达测距的精度只与差拍信号的频率估计精度有关, 发射接收信号与差拍信号时频图如图 1 所示。

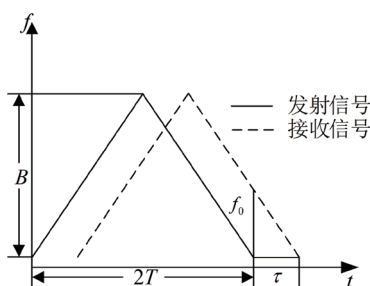


图 1 发射接收信号与差拍信号时频图

1.2 CZT 算法

由 FMCW 原理可知, 雷达的差拍信号相当于信号单一的正弦信号, 信号经采样后得到:

$$s(n) = A e^{j(2\pi f_0 n / f_s + \varphi)}, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

式中: A 为差拍信号的幅值; f_s 为采样率; N 为采样点数; φ 为初相。 $s(n)$ 的 N 点 DFT 为:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

通过 DFT 搜寻到幅度最大处的频率 f_p , 其对应 DFT 频谱中最大谱线的频率索引 k_p , 由于栅栏效应, f_p 与真实频率 f_0 之间存在误差。此时, 通过 DFT 计算后得到频谱分辨率为 $\Delta f = f_s / N$, 因此利用 DFT 方法进行频率估计的误差范围为 $\pm 0.5\Delta f$ 。

为减小栅栏效应的影响, 在不增加 DFT 计算长度的情况下, 利用 CZT 算法对 f_p 附近的频带进行细化, 其频带细化范围为 $[f_p - \Delta f, f_p + \Delta f]$ 。CZT 频谱细化表达式为:

$$S(i) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) A^{-n} W^{-nk}, i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4)$$

式中: M 是 CZT 算法细化倍数, $A = e^{j\theta_0}$, $W = e^{j\theta_0}$; A 为复数起始点; W 为相邻采样点之间的间隔; θ_0 为起始相角; θ_0 为相邻两个点的角度差。在 CZT 频谱细化之后, 频谱分辨率变为原来的 $2/M$, 即 $\Delta f' = 2f_s / (MN)$ 。此时 CZT 细化频谱中幅值最大处频率为 f_{pc} , 其对应频率索引 i_{pc} , 假设 i_p 为信号

的真实频率的索引。 i_{pc} 和 i_p 之间会存在量化误差 δ , $|\delta| \leq 0.5$ 。CZT 算法细化之后的频率估计误差范围为 $\pm 0.5\Delta f'$ 。相较于 DFT 计算后的误差有明显的减小。在理论上 CZT 细化算法可以达到无限高的分辨率, 但是无限细化也会无限增加计算量, 且无法完全消除栅栏效应的影响。

1.3 差分线性拟合

为减小 CZT 算法固有的栅栏效应影响, 对细化后的频谱作差分线性拟合处理, 即先对 CZT 细化之后的频谱作一次差分:

$$|S(i+0.5)|' = |S(i+1)| - |S(i)| \quad (5)$$

式中: $|S(i)|$ 是频率为 f_i 时的幅值; $|S(i+1)|$ 是频率为 f_{i+1} 时的幅值。通过一次差分可得到 $M-1$ 个特征点 $(f_{i+0.5}, |S(i+0.5)|')$, $i = 0, 1, \dots, M-2$ 。一次差分得到的特征点如图 2 所示。

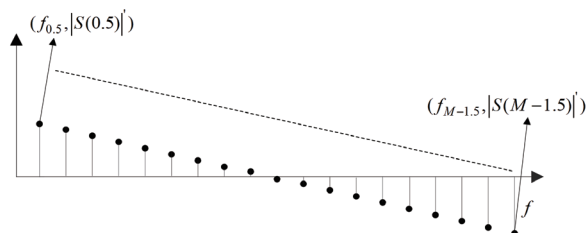


图 2 一次差分得到的特征点

由图 2 可知, 根据 CZT 频谱得到的差分特征点可通过线性模型来拟合, 线性拟合模型公式为:

$$Y = AX + B \quad (6)$$

式中: A 为线性拟合模型的斜率; B 为线性拟合模型截距。选取差分绝对值最小的 $M/2$ 个点作线性拟合, 差分值最小的 $M/2$ 个点为 $(f_{i+0.5}, |S(i+0.5)|')$, $i = 0, 1, \dots, M-2$ 。该直线与 x 轴交点的横坐标即为修正后的频率 $\tilde{f}$, 如式 (7) 和图 3 所示。

$$\tilde{f} = \frac{\sum_{i=0}^{M/2-1} f_{i+0.5} |S(i+0.5)|' - \sum_{i=0}^{M/2-1} f_{i+0.5} \sum_{i=0}^{M/2-1} |S(i+0.5)|'}{(M/2-1) \sum_{i=0}^{M/2-1} f_{i+0.5} |S(i+0.5)|' - \sum_{i=0}^{M/2-1} f_{i+0.5} \sum_{i=0}^{M/2-1} |S(i+0.5)|'} \quad (7)$$

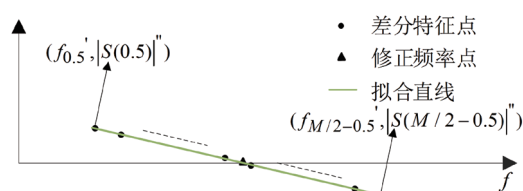


图 3 确定修正频率点

1.4 算法流程

步骤 1: 利用式 (3) 对离散差拍信号 $s(n)$ 作 N 点 DFT 求得谱线最大的频率索引 k_p , 其对应的频率 f_p , 与真实频率 f_0 之间存在 $\pm 0.5\Delta f$ 的误差。

步骤2: 通过步骤1可知DFT算法的量化误差为 $\pm 0.5\Delta f$, 利用式(4)对 f_p 附近的频带进行CZT细化, 其频带细化范围为 $[f_p - \Delta f, f_p + \Delta f]$, 搜寻到幅值最大的谱线频率索引为 i_{pc} , 其对应的频率为 f_{pc} , 与真实频率 f_0 之间存在 $\pm 0.5\Delta f'$ 的误差。

步骤3: 利用式(5)对CZT得到的细化频谱作一次差分得到 $M-1$ 个差分特征点。

步骤4: 利用式(6~7)对差分绝对值最小的 $M/2$ 个特征点作线性拟合, 根据拟合直线求解修正后的频率估计值。

算法流程图如图4所示。

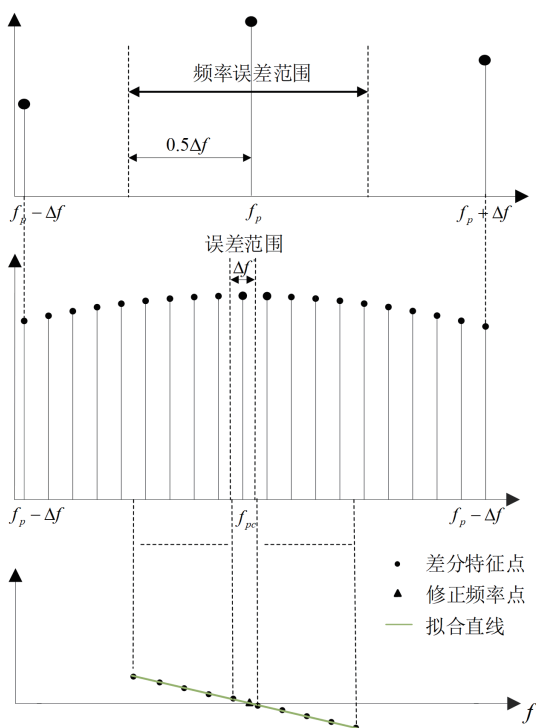


图4 差分线性拟合算法流程图

1.5 误差分析

由于CZT算法固有的栅栏效应, 真实频率的索引 i_p 和CZT谱线最大索引 i_{pc} 之间存在量化误差 δ , $|\delta| \leq 0.5$ 。通过数值模拟的方式验证差分线性拟合算法减小量化误差的效果。设置仿真参数为: 采样率 $f_s = 40$ kHz; 采样点数 $N = 1024$; 差拍信号频率 $= 2500$ Hz。量化误差对频率估计的影响如图5所示。由图5可知, 频率误差随着量化误差绝对值的增大而增大。当最大谱线和真实频率重合时, 即 δ 为0, 不存在频率估计误差; 当最大谱线和次大谱线幅值相等时, 即量化误差 δ 为 ± 0.5 , 误差达到最大。虽然本文提出的差分线性拟合算法也会受到量化误差的影响, 但误差远低于CZT算法。在量化误差为 ± 0.5 时, 本文算法的频率估计误差达到最大。该数值模拟证明了本文提出的算法可有效地减小量化误差的影响。

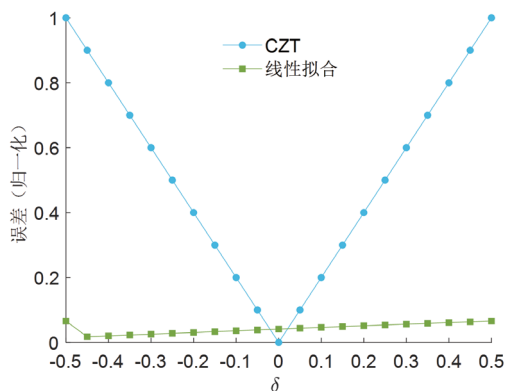


图5 量化误差对频率估计的影响

2 仿真验证与性能分析

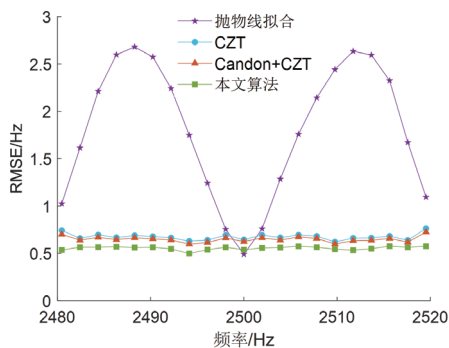
2.1 仿真参数设置

在MATLAB中对本文改进的CZT算法与FFT抛物线拟合、CZT算法、Candon+CZT算法进行对比验证。仿真参数设置如下: 采样率 f_s 为40 kHz, 采样点数 $N=1024$, 频率分辨率 $\Delta f = f_s / N = 39.0625$ Hz, 差拍信号频率为 $f_1 = 64 \times \Delta f = 2500$ Hz, CZT细化倍数 M 为32, 蒙特卡洛模拟次数为500次。对于正弦信号, 在相位情况未知的情况下频率估计的克拉美罗界(cramer-rao lower bound, CRLB)为:

$$\text{CRLB} = \sqrt{\frac{6f_s^2}{(2\pi)^2 N^3 \text{SNR}}} \quad (8)$$

2.2 不同频率下频率估计性能

在频率范围 $[f_1 - 0.5\Delta f, f_1 + 0.5\Delta f]$ 内等间隔取21个离散频率点, 分别加入信噪比为4 dB、8 dB的高斯噪声, 比较不同频率下4种算法的RMSE并进行仿真实验, 结果如图6所示。由对比图可看出, FFT抛物线拟合在靠近量化频率点时RMSE最小, 但在整个频率范围内频率估计性能最差。在CZT细化之后, 频率估计性能显著提升, 本文改进的CZT算法相较于传统的CZT算法和Candon+CZT算法效果更好, 在整个频偏范围内本文改进的CZT算法整体性能优于其他算法。



(a) 信噪比为4 dB

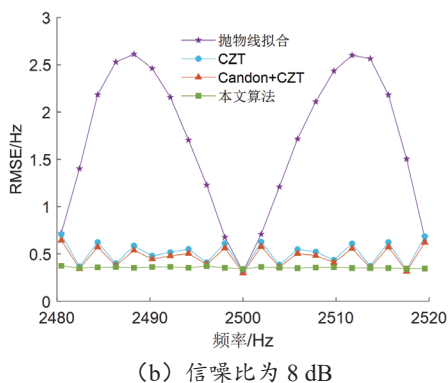


图 6 不同频率下各种算法的 RMSE 对比

2.3 信噪比对频率估计性能的影响

为进一步验证本文算法在不同信噪比下的频率估计性能，设置频率为 $f_1+0.1\Delta f$ 和 $f_1+0.4\Delta f$ ，在信噪比 -5~25 dB 等间距取 31 个点，并在每种情况下进行 500 次仿真实验。比较不同信噪比下 4 种算法的 RMSE，仿真对比结果如图 7 所示。由图 7 可知在不同信噪比下，本文改进算法在频率为 $f_1+0.1\Delta f$ 和 $f_1+0.4\Delta f$ 时性能均优于其他算法，在高信噪比时本文算法 RMSE 接近 CRLB，Candon+CZT 算法次之；在低信噪比时，本文算法 RMSE 与其他算法接近，但 RMSE 仍最小，整体性能优于其他 3 种算法。

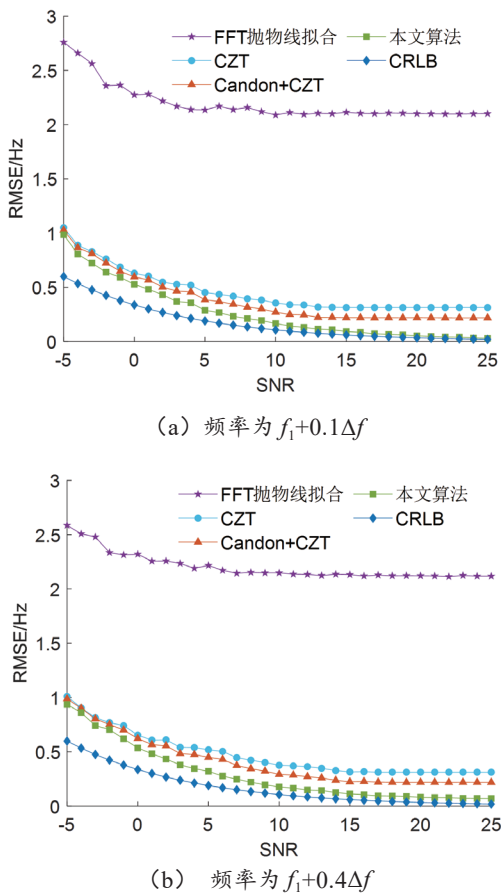


图 7 不同信噪比下各种算法的 RMSE 对比

2.4 频率估计误差

为了验证本文算法频率估计误差，进行以下实验。实验一：验证本文算法在不同信噪比下的频率估计平均误差。设置正弦信号的频率为 3000 Hz，在信噪比 -5~25 dB 等间距取 31 个点，并在每种情况下进行 500 次仿真实验，仿真结果如图 8 所示。

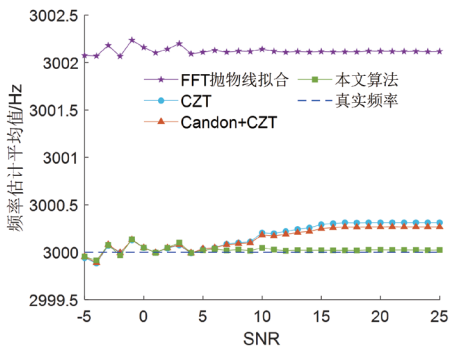


图 8 不同信噪比下各种算法频率估计平均值

由图 8 可知，在信噪比大于 0 dB 时，本文的算法频率估计平均值明显更加接近真实频率。在信噪比小于 0 dB 时，各种算法性能接近。在整个信噪比范围下，本文算法的频率估计误差低于其他算法。

为进一步验证本文算法频率估计误差，进行以下实验。实验二：验证本文算法的在不同频率下的频率估计平均值，设置正弦信号的频率为 2600 Hz、3000 Hz、3400 Hz、3800 Hz、4800 Hz，并加入信噪比为 10 dB 的高斯白噪声，进行 500 次仿真实验，实验结果如表 1 所示。

表 1 不同算法的频率估计平均值

信号 频率 /Hz	频率估计平均值 /Hz			
	FFT 抛物线 拟合	CZT	CZT+Candon	本文算法
2600	2 601.537 7	2 599.827 5	2 599.850 7	2 599.982 8
3000	3 002.125 9	3 000.165 0	3 000.144 8	3 000.028 7
3400	3 399.517 4	3 399.790 0	3 399.818 4	3 399.968 6
3800	3 797.479 9	3 800.172 5	3 800.150 2	3 800.020 9
4200	4 200.589 3	4 200.010 6	4 199.002 7	4 199.977 0

由表 1 可知，本文改进的 CZT 算法频率估计值最接近真实频率，频率估计效果最好。由以上实验可知本文改进的 CZT 算法在不同频率和不同信噪比下，频率估计的性能均高于其他算法。

3 实验与分析

3.1 实验平台

在本节搭建 FMCW 雷达测距系统以验证所提算法在实际工程中的效果，该测距系统包括硬件和软件两部分，硬件部分由毫米波雷达板、激光测距仪、长方形反射板组成。

软件部分为 MATLAB 算法处理。其中激光测距仪型号为杜克微型激光测距仪 LS-2, 测距精度为 2 mm, 测距范围为 0.03~25 m, 该激光测距仪器可用于提供参考距离。通过串口传输到计算机后, 在 MATLAB 中进行频谱分析, 最后将求解的频率估计值代入式 (1) 中可求得与待测物体之间的距离。FMCW 雷达测距系统与原理如图 9 所示。雷达具体参数如下: 雷达起始频率为 24 GHz, 带宽为 200 MHz, 采样点数为 256, 采样率为 170 666 Hz, 扫频时间为 0.003 s。

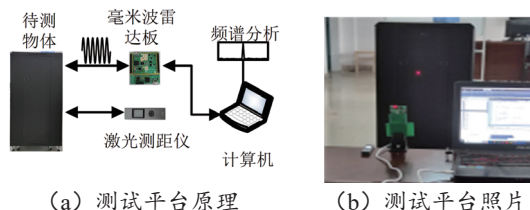


图 9 FMCW 雷达系统测试平台

3.2 实验验证

更改被测物体与雷达板之间的距离进行测距实验, 测试距离范围为 2~4 m, 步长 0.5 m。实际距离为 4 m 的差拍波形如图 10 所示。

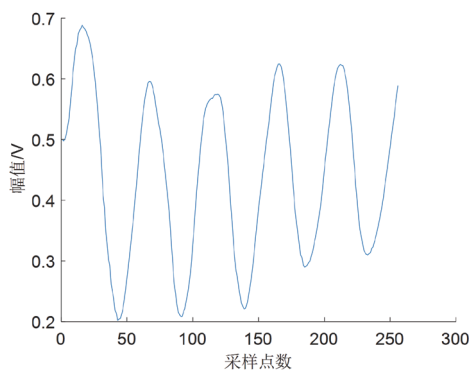


图 10 实际距离 4 m 的差拍信号波形

如图 11 和 12 所示, 对目标距离为 4 m 处的差拍信号进行 DFT 得到的幅值最大的谱线频率为 3 346.392 Hz, 带入式 (1) 得到的距离为 3.761 0 m; 在 CZT 细化频谱中, 幅值最大的谱线频率为 3 565.142 Hz, 对应的距离为 4.006 9 m。

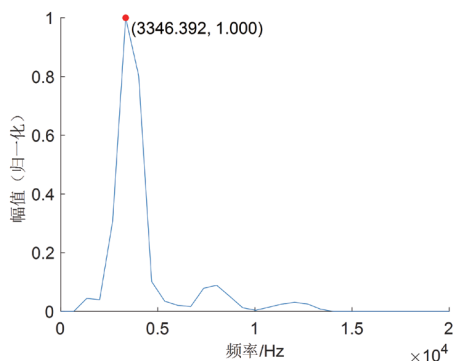


图 11 DFT 频谱

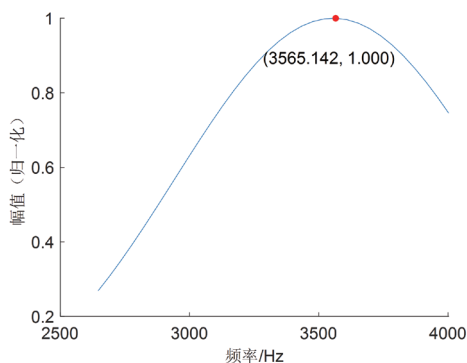


图 12 CZT 细化频谱

如图 13 所示, 本文改进算法得到修正后的频率为 3 556.386 Hz, 本文算法得到的目标距离为 3.997 0 m, 误差小于其他算法。

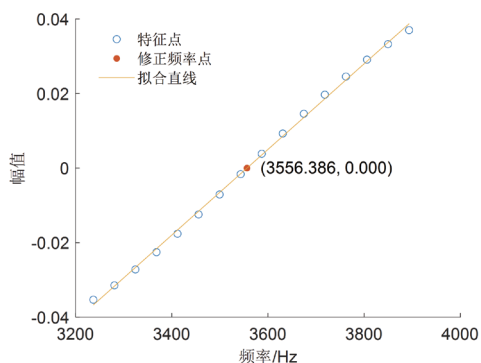


图 13 拟合直线及频率获取

在每种情况下进行 500 次测距实验, 测距平均误差如表 2 所示。

表 2 测距平均误差

目标距离 /m	平均误差 (m)			
	FFT 抛物线 拟合	CZT	CZT+Candon	本文算法
4.0	0.026 9	0.015 1	0.013 2	0.006 9
3.5	0.076 0	0.026 1	0.015 5	0.015 2
3.0	0.012 3	0.009 8	0.012 2	0.008 8
2.5	0.012 5	0.006 8	0.003 8	0.002 5
2.0	0.311 4	0.059 9	0.058 6	0.035 8

由表 2 给出的 4 种算法测距平均误差比较结果可知, FFT 抛物线拟合算法测距精度最差, 最大平均误差可达到 0.311 4 m, 本文提出的算法最大平均误差为 0.035 8 m, CZT 算法最大平均误差为 0.059 9 m。在 3 m 时, 本文改进的 CZT 算法相比于传统的 CZT 算法平均误差降低了 10.2%。

4 结论

为满足 FMCW 雷达测距系统的高精度需求。本文结合 CZT 算法和差分线性拟合的思想提出了一种改进的 CZT 算

法, 经过 MATLAB 仿真验证, 该方法有效地减小了传统频率估计方法固有的栅栏效应影响, 提高了雷达差拍信号频率估计的准确性。此外, 本文的算法在搭建的雷达测距系统中也具有较高的测试精度, 在中距离测试实验中, 测距误差不大于 4 cm, 远低于上述算法, 可应用在需要高精度测距的场合中。

参考文献:

- [1] SHI L F, YIN W, SHI Y F, et al. An improved radar Echo signal processing algorithm for industrial liquid level measurement[J/OL]. IEEE transaction-s on instrumentation and measurement, 2022[2024-06-13].<https://ieeexplore.ieee.org/document/9917550>.
- [2] TAVANTI E, RIZIK A, FEDELI A, et al. A short-range FMCW radar-based approach for multi-target human-vehicle detection[J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 2021, 60:1-16.
- [3] 代志豪, 姜杰, 赵雪成, 等. 基于 FMCW 雷达和 ESP - EMSH 网络的非接触健康监测系统 [J]. 现代电子技术, 2024, 47(16): 39-46.
- [4] 荆楠, 刘冠男, 张楠, 等. 基于毫米波深度传感的抗伴生干扰的眨眼检测 [J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(1): 288-300.
- [5] YUAN S, ZHU S M, FIORANELLI F, et al. 3-D ego-motion estimation using multi-channel FMCW radar[J]. IEEE transactions on radar systems, 2023, 1: 368-381.
- [6] 孙宏军, 王小威. 基于幅值 - 相角判据的修正 Rife 正弦波频率估计算法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2018, 51(8): 810-816.
- [7] 孙苏云, 郭剑, 付阳烨, 等. 基于 FMCW 雷达的非接触式心率估计方法 [J]. 电子测量技术, 2023, 46(14): 117-122.
- [8] 周炜, 雷鹏, 王俊, 等. 宽带 LFM CW 雷达测速误差分析与抑制方法 [J/OL]. 北京航空航天大学学报 :1-9[2024-01-11].<https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0689>.
- [9] CANDAN C. A method for Fine resolution frequency estimation from three DFT samples[J]. IEEE signal processing letters, 2011, 18(6): 351-354.
- [10] 郭姗姗, 贾国庆, 易辉跃, 等. 雷达信号频率估计的改进 R-Q 算法 [J]. 现代电子技术, 2023, 46(15): 55-60.
- [11] 王旭, 王春燕, 王文静, 等. 基于循环谱的改进型二进制 CPM 信号符号速率估计 [J]. 电讯技术, 2021, 61(12): 1496-1502.
- [12] 叶茂, 刘恒泉, 赵毅强, 等. 面向 FMCW 激光雷达的修正 Rife 算法设计与硬件实现 [J]. 红外与激光工程, 2022, 51(12): 138-144.
- [13] BABAEIAN K, MODARRES-HASHEMI M, ZAHABI S J, et al. A CZT- based algorithm for improving multi-target ranging in FMCW radar[C/OL]//2019 27th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE). Piscataway: IEEE, 2019[2024-03-19].<https://ieeexplore.ieee.org/document/8786423>.
- [14] LI M Y, XU T, CHEN X Z, et al. Design of 120 GHz FMCW radar liquid level measurement system[C/OL]//2023 5th International Conference on Intelligent Control, Measurement and Signal Processing (ICMSP). Piscataway: IEEE, 2023[2024-06-17]. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10170784>.
- [15] RESHMA S, MIDHUNKRISHNA P R, JOY S, et al. Improved frequency estimation technique for FMCW radar altimeters[C/OL]//2021 International Conference on Recent Trends on Electronics, Information, Communication & Technology (RTEICT). Piscataway: IEEE, 2021[2024-07-01]. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9573544>.
- [16] XU Y, YI H Y, ZHANG W X, et al. An improved CZT algorithm for high-precision frequency estimation[J]. Applied sciences, 2023, 13(3): 1907.
- [17] 戴金洲, 杜磊, 沙硕, 等. 环境感知毫米波雷达抗干扰算法研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(9): 126-132.

【作者简介】

张晓龙(2000—), 男, 湖北襄阳人, 硕士研究生, 研究方向: 雷达信号处理。

谭超(1982—), 男, 湖北利川人, 博士, 副教授, 研究方向: 弱信号检测与处理。

施保华(1965—), 男, 湖北宜昌人, 硕士, 副教授, 研究方向: 仪器仪表及自动化装置。

刘伟(1999—), 男, 安徽合肥人, 硕士研究生, 研究方向: 无损检测和信号处理。

朱成昂(2000—), 男, 湖北咸宁人, 硕士研究生, 研究方向: 无损检测和信号处理。

谭文瑞(2000—), 男, 湖北利川人, 硕士研究生, 研究方向: 图像识别。

孙梦浩(1999—), 男, 湖北十堰人, 硕士研究生, 研究方向: 瞬变电磁反演。

(收稿日期: 2024-11-04)